



# YAPI SİSTEMİ

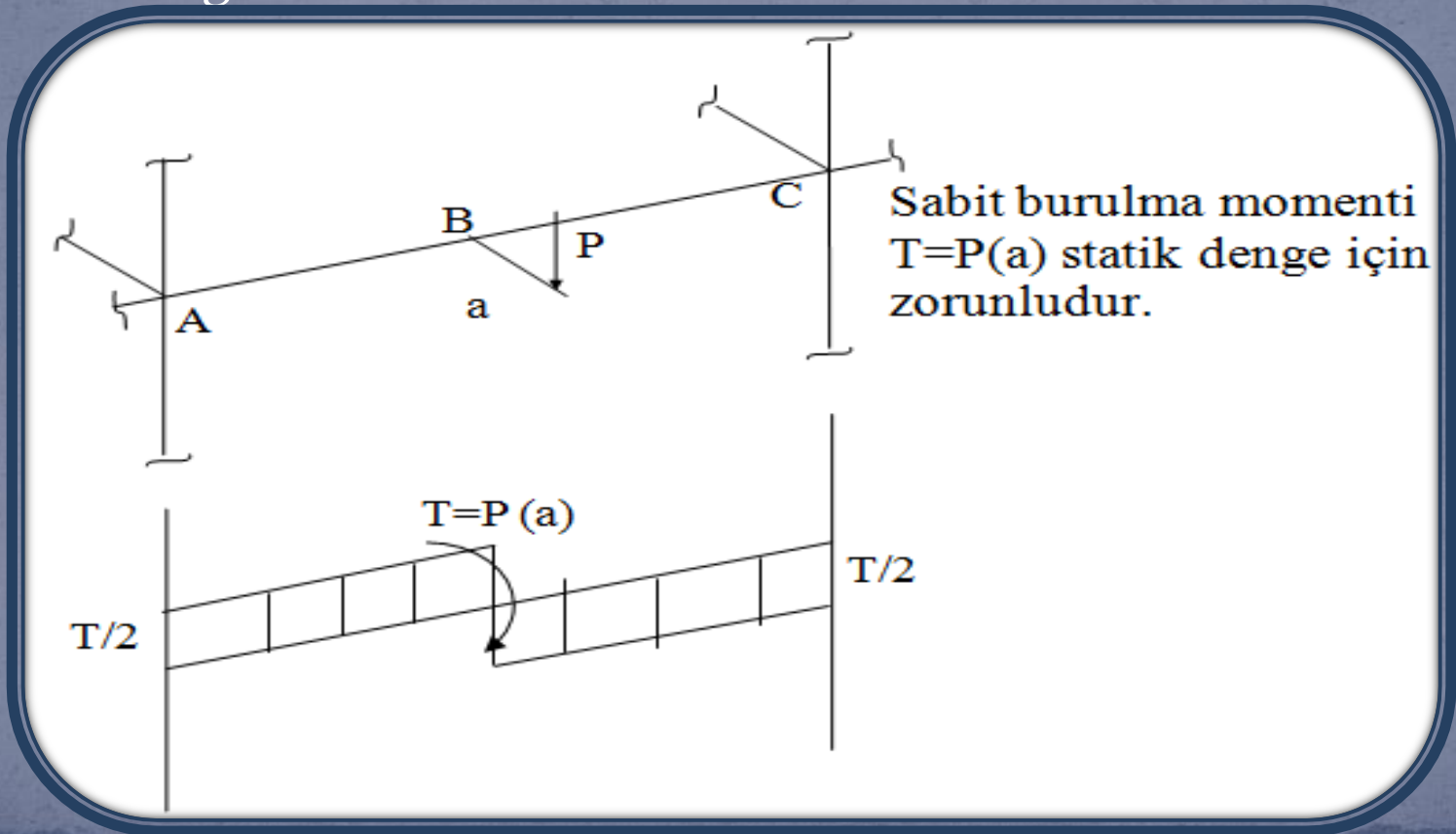
---

PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR

# YAPI SİSTEMİ

## a) Denge Burulması:

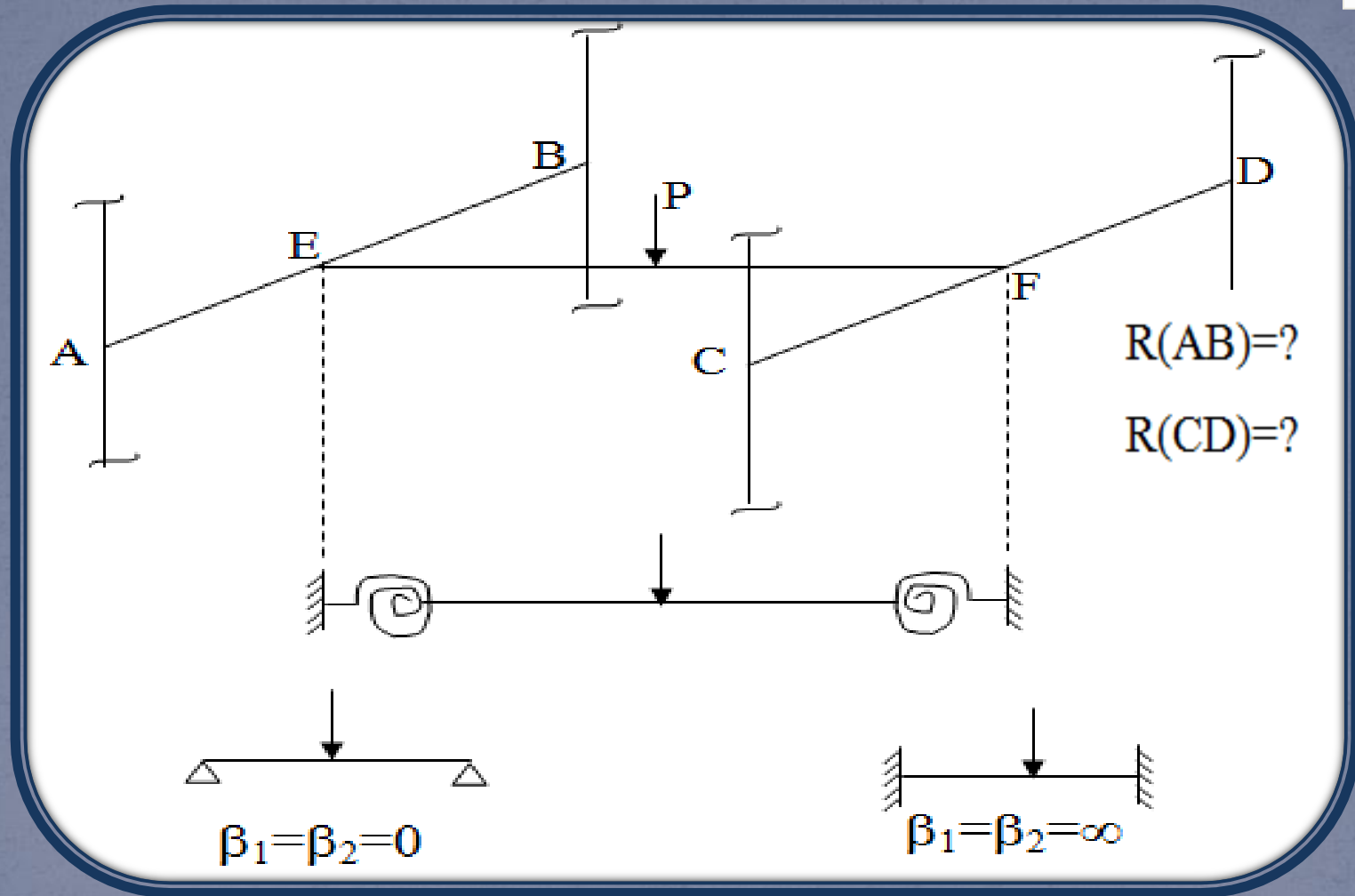
Yapı sistemi veya elemanında dengeyi sağlayabilmek için burulma momentine gereksinme varsa, burulma denge burulmasıdır. Sözü edilen gereksinme, elastik aşamada değil taşıma gücü aşamasındaki gereksinmedir.

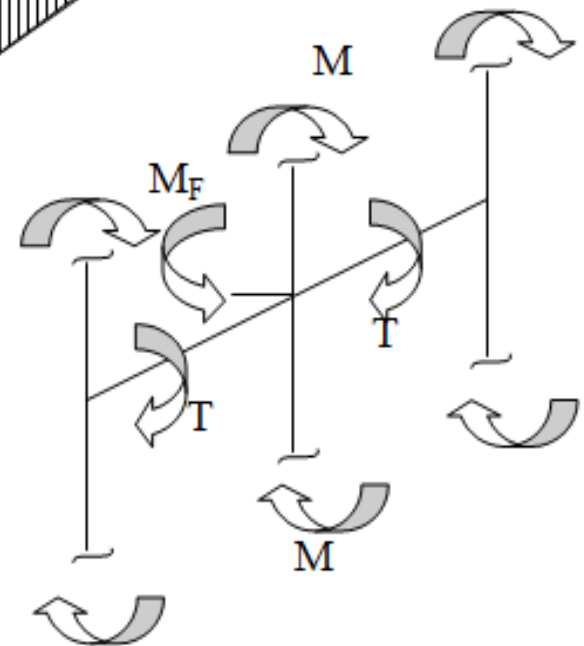
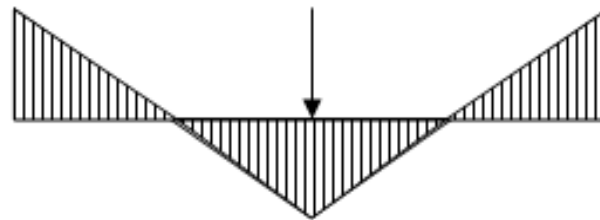
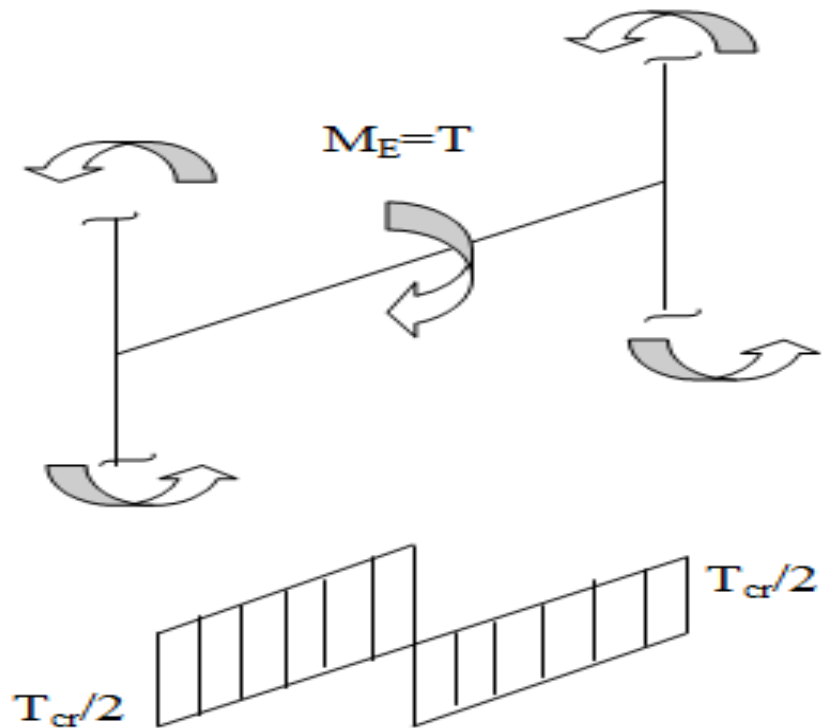
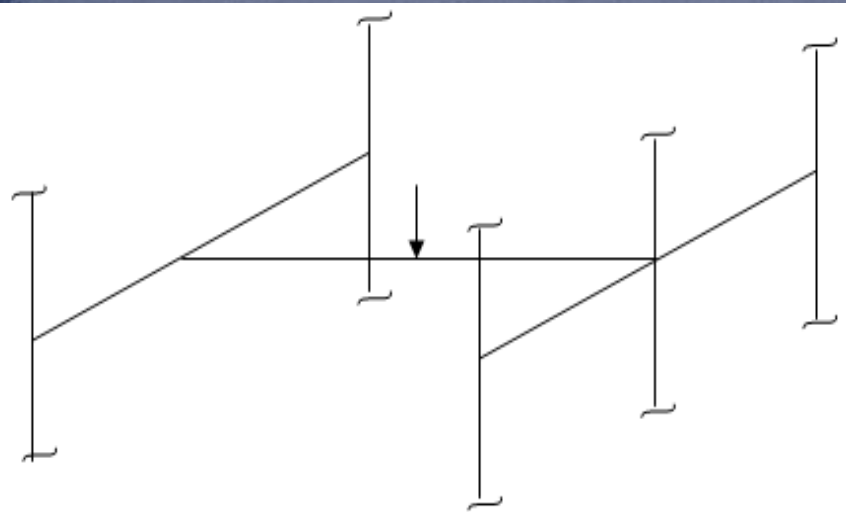


Denge burulmasında, burulma momenti sistemin ayrılmaz bir parçasıdır. Kirişin kritik kesitleri, oluşan burulma momentlerini karşılayacak şekilde boyutlandırılmalı ve donatılmalıdır. Denge burulması olan sistemlerde klasik yöntemlerle (doğrusal-elastik) hesaplanan burulma momenti azaltılamaz.

#### b) Uygunluk Burulması:

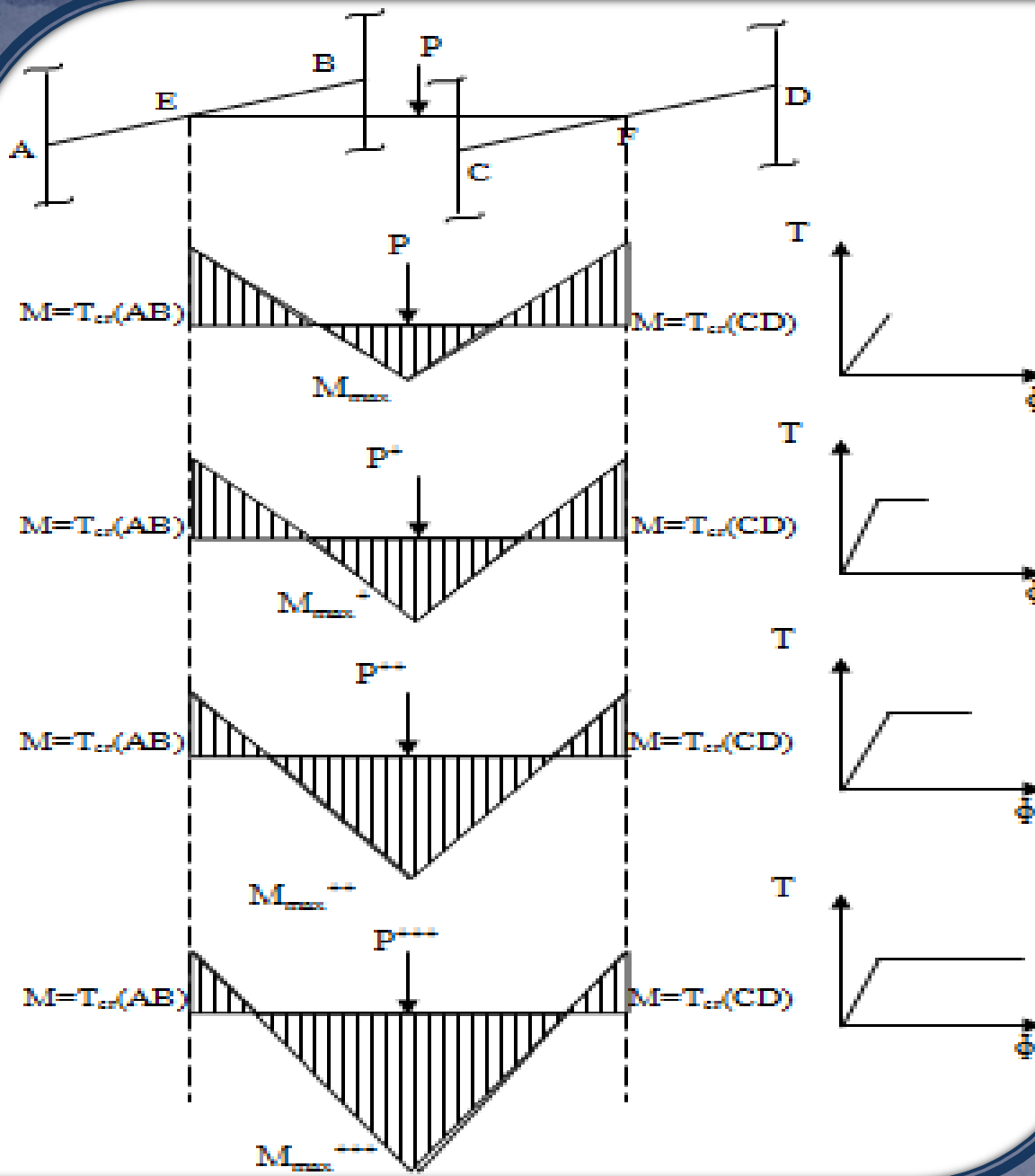
Eğer bir sistemde burulma momentinin bulunması denge için zorunlu koşul değilse söz konusu burulma uygunluk burulmasıdır. Sistem elastik sınırlar içindeyken denge koşulunda burulma momenti yer almakta ise de, bu aşamadan sonra sistemin stabilitesini bozmadan, belirli noktalarda oluşturulacak plastik mafsallarla denge için burulmaya gereksinme kalmayabilir. Yapılarda uygunluk burulmasına, denge burulmasına oranla daha sık rastlanır.





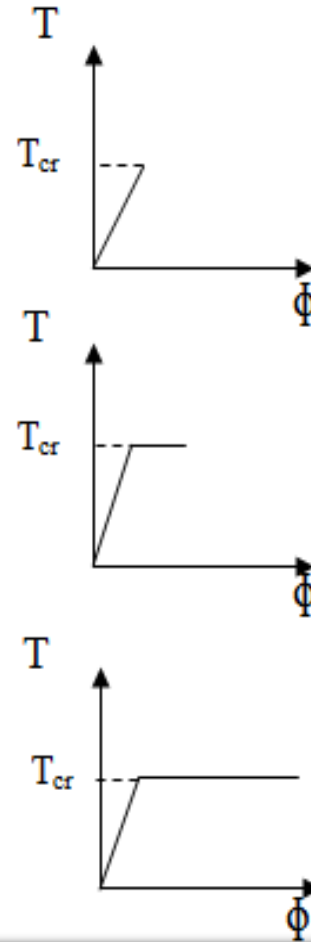
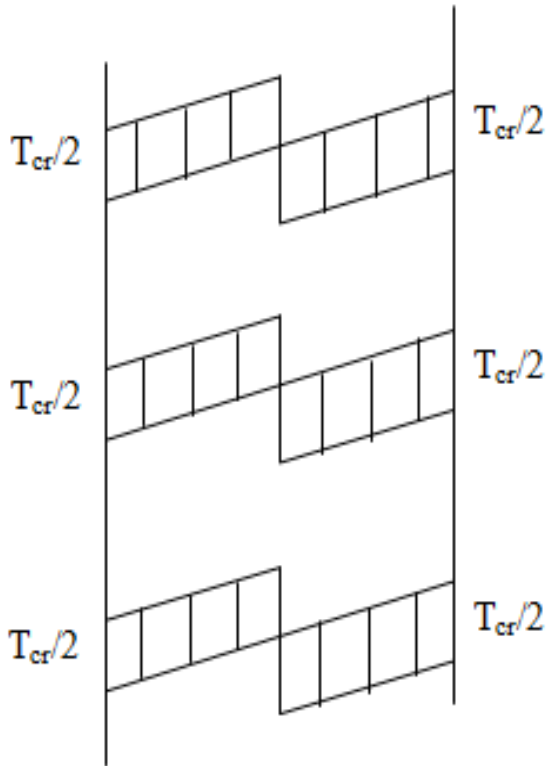
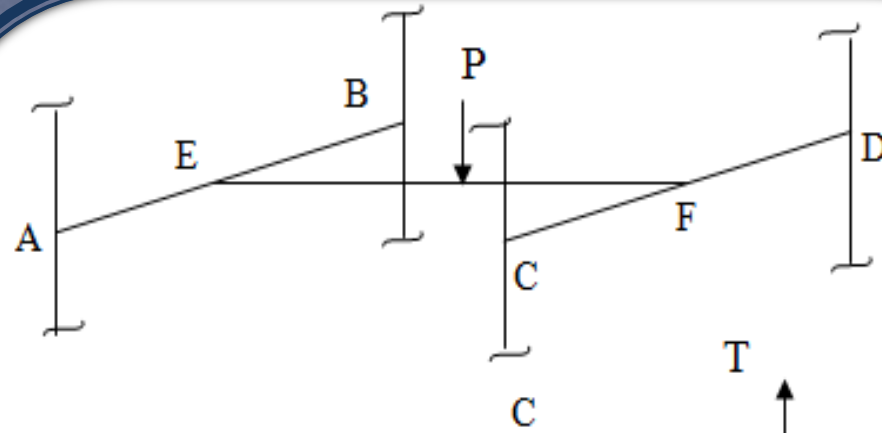
Uygunluk burulmasında, burulma çatlaması ile oluşan plastik mafsallarda burulma momentinin sabit kaldığı varsayılmaktadır. Bu sabit değer çatlama momentine eşit olacaktır. O halde uygunluk burulmasının söz konusu olduğu durumlarda, burulma momentinin hesabına gerek yoktur. Bu moment en fazla çatlama burulma momenti ( $T_{cr}$ ) değerine eşit olarak alınacaktır.

Varılan bu sonuç son derece önemlidir. Bu durumda, pratikte en sık rastlanan burulma türü olan uygunluk burulmasında, burulma momentinin saptanması için üç boyutlu yapısal çözümlemeye gerek kalmamaktadır. Bu çok büyük zaman tasarrufu sağlamakta ve işlemleri kolaylaştırmaktadır. Ancak bu şekildeki bir çözümde “uyumun” neden olacağı değişimler dikkate alınmalı, mafsallaşan kesitlerin dönme kapasitelerinin yeterli olması sağlanmalı ve çatlak genişliği kontrol edilmelidir.



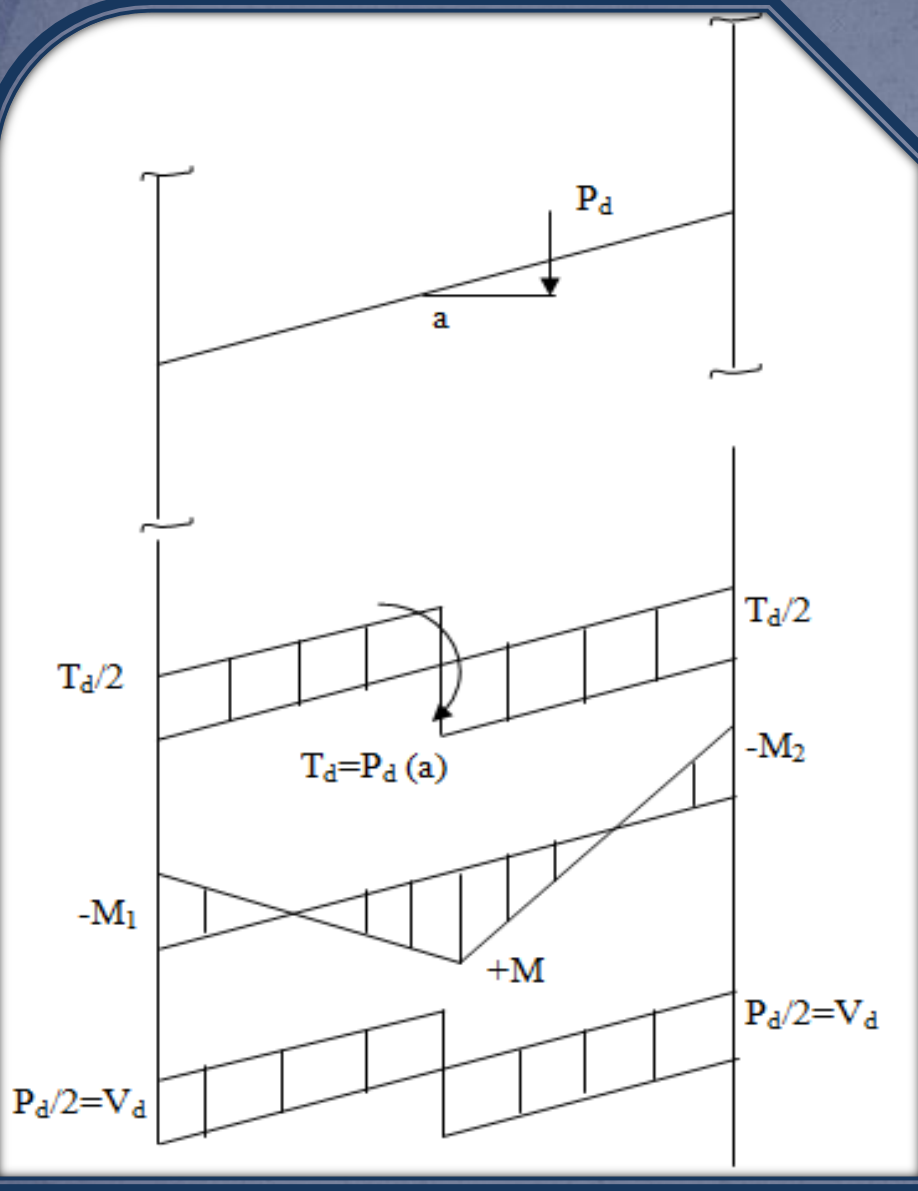
Yandaki şekilde, uygunluk burulması durumunda burulma momentinin elemanda nasıl meydana geldiği aşama aşama gösterilmektedir.

$$M_{max} = M_r = A_s f_{yd}(z)$$



AB kirişi  
üzerindeki max.  
burulma momenti P  
nin büyüklüğünden  
bağımsız olup daima  
sabit kalacaktır.

# BETONARMEDE BURULMA TASARIMI



Denge ve uygunluk burulması için yapılacak hesaplar oldukça farklı olduğundan öncelikle burulma türünün saptanması gerekmektedir.

Aşağıda denge ve uygunluk burulması için yapılacak hesaplamalar özetlenmektedir.

$$V_{cr}=0.65 f_{ctd} (b_w d)$$

$$T_{cr}=1.35 S f_{ctd}$$

Çatlama Kontrolü:

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2 = \Psi \quad (\Psi < 1 \text{ ise çatlamamış, } \Psi > 1 \text{ ise çatlamış}).$$

$T_{cr}$ =Basit burulma altında çatlama momenti.

$V_{cr}$ =Burulmanın olmadığı durumda eğik çatlama dayanımı.

$T_d$  ve  $V_d$ = Uygulanan burulma momenti ve kesme kuvvetinin hesap değeri.

$\Psi < 1$  Çatlamamış:

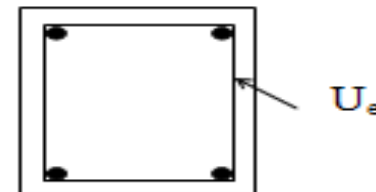
min Donatı:

$$\min \rho_{wo} = \frac{A_o}{s b_w} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d b_w}\right)$$

$$\frac{T_d}{V_d b_w} \leq 1.0 \text{ olmalıdır.}$$

İlave Boyuna Donatı:

$$\min A_{sl} = \min \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e}$$



$\Psi > 1$  Çatlamış:

Gövde donatısı gerekli

Gövde ezilmesi kontrol edilmeli

$$\tau = \left( \frac{T_d}{1.35S} + \frac{V_d}{b_w d} \right) \leq \tau_{\max} = 0.22 f_{cd}$$

Bu denklem sağlanmıyorsa sağlanana kadar boyutlar büyütülmelidir.

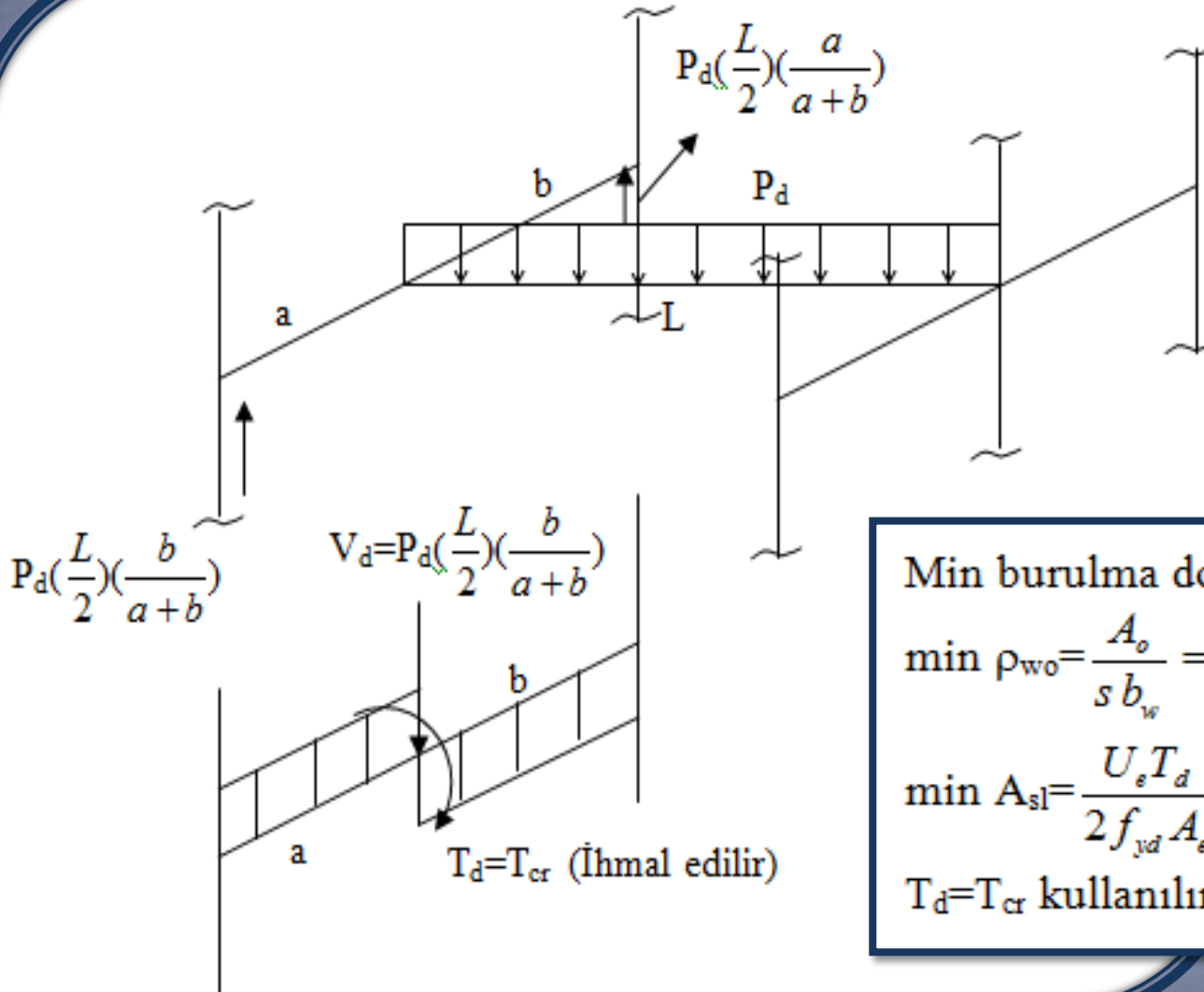
$$T_r = T_d = 2 \frac{A_{ot}}{s} (A_e) (f_{ywd}) \quad \text{TS 500-2000}$$

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}}$$

$$\frac{A_{ov}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} d (n)}$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{ot}}{s} + \frac{A_{ov}}{s} \geq \frac{A_o}{s} \text{ (min)}$$

## b) Uygunluk Burulması:

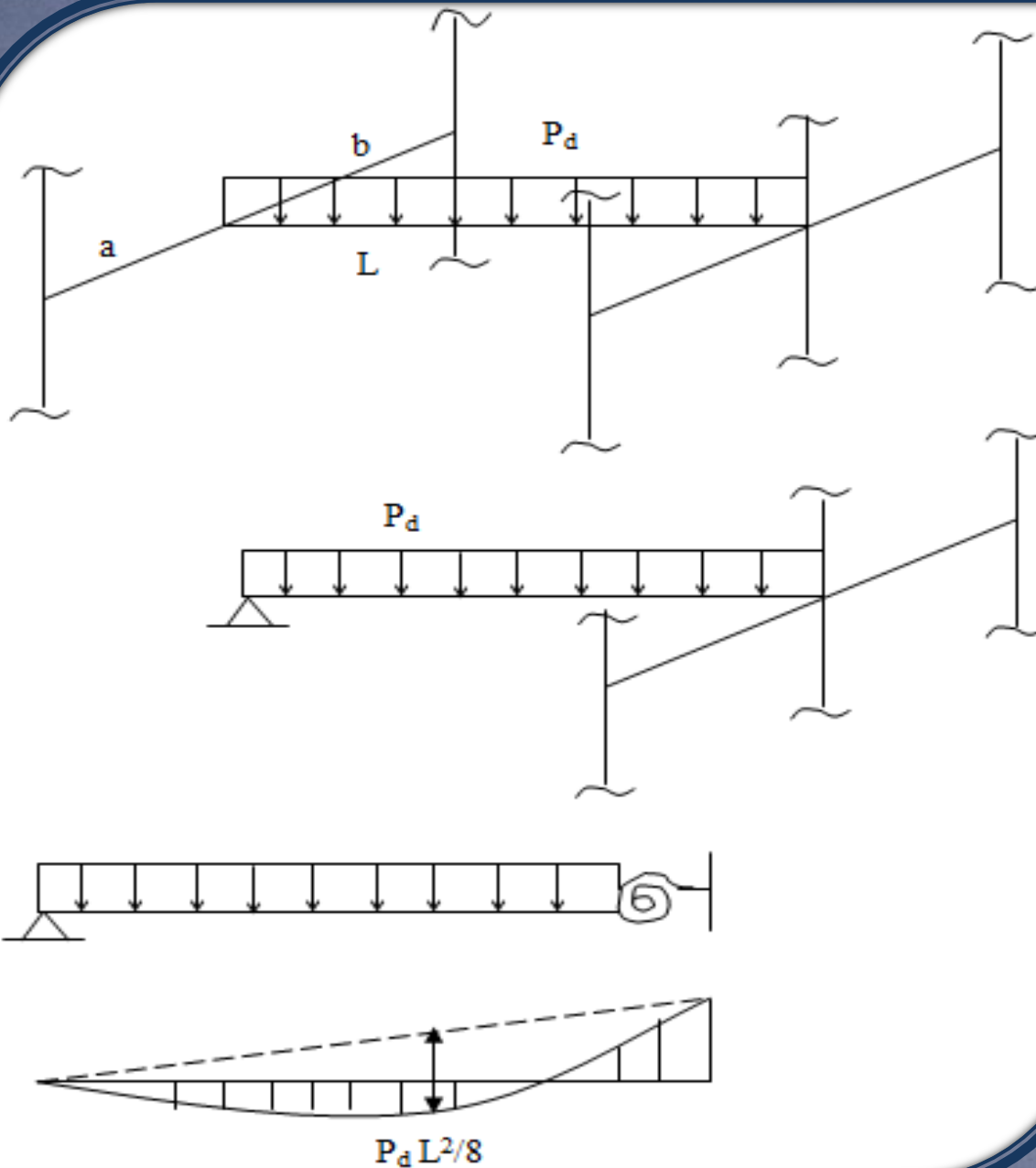


Min burulma donatısı sağlanır;

$$\min \rho_{wo} = \frac{A_o}{s b_w} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left( 1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d b_w} \right)$$

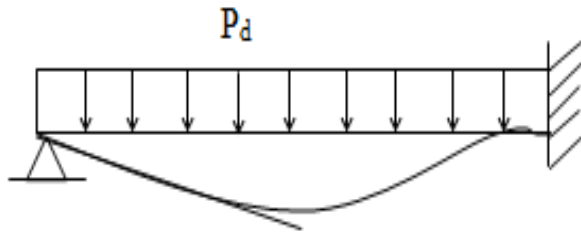
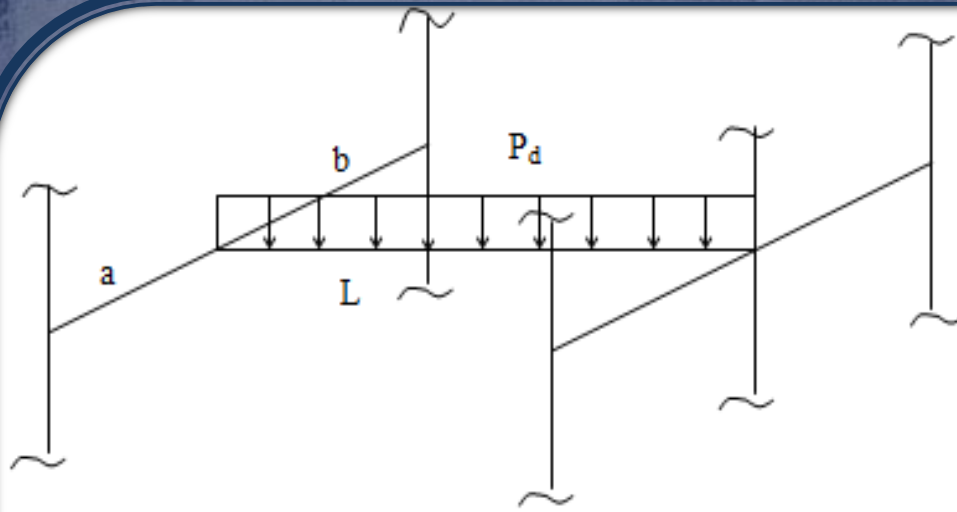
$$\min A_{sl} = \frac{U_s T_d}{2 f_{yd} A_s}$$

$T_d = T_{cr}$  kullanılır.

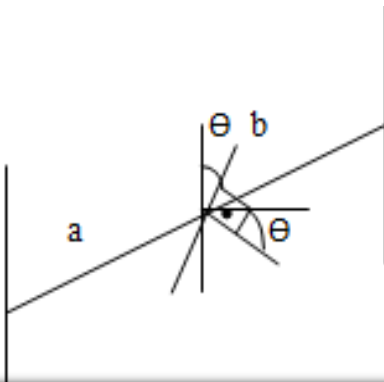


$$M = -\frac{1}{8} P_d L^2$$

$$M = -\frac{1}{10} P_d L^2$$



$$\theta = \frac{P_d L^3}{48 E I}$$



Birim Dönme,  $\phi = \frac{\theta}{a} \leq 10 \cdot 10^{-3}$  rad/m.

Bu koşul sağlanmazsa boyutlar değiştirilmelidir.

## Detaylandırma:

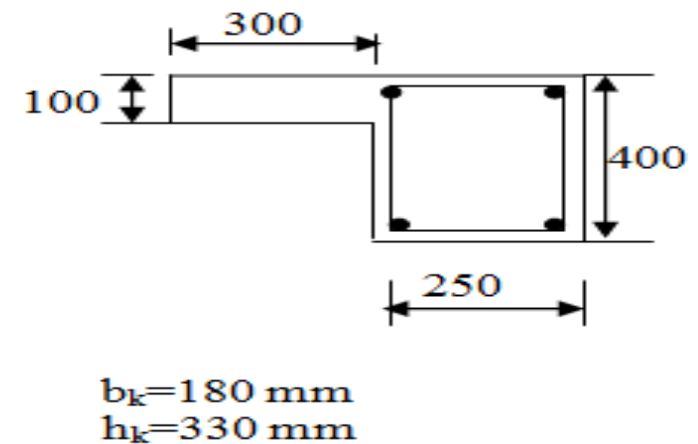
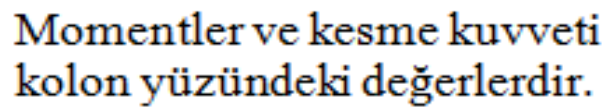
Burulma için gerekli boyuna donatı, olabildiğince kesit çevresine dağıtılmalı ve köşelerdeki çubuk çapı, en az 12 mm olmalıdır. Ayrıca iki çubuk arasındaki uzaklık 300 mm'yi geçmemelidir.

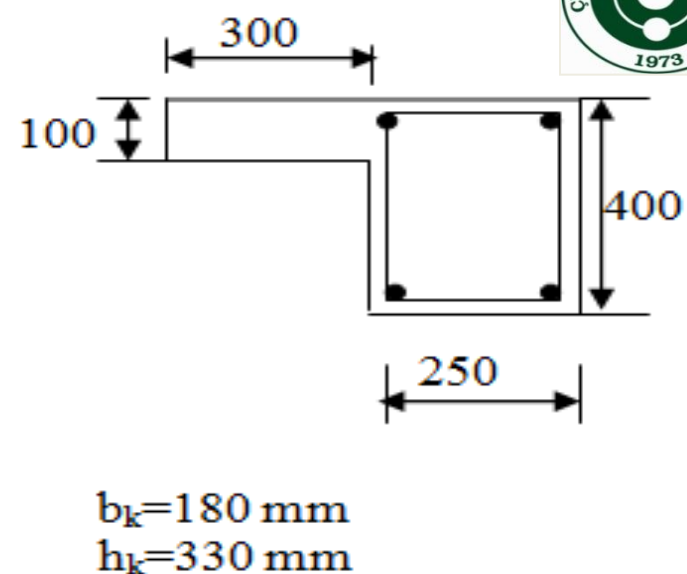
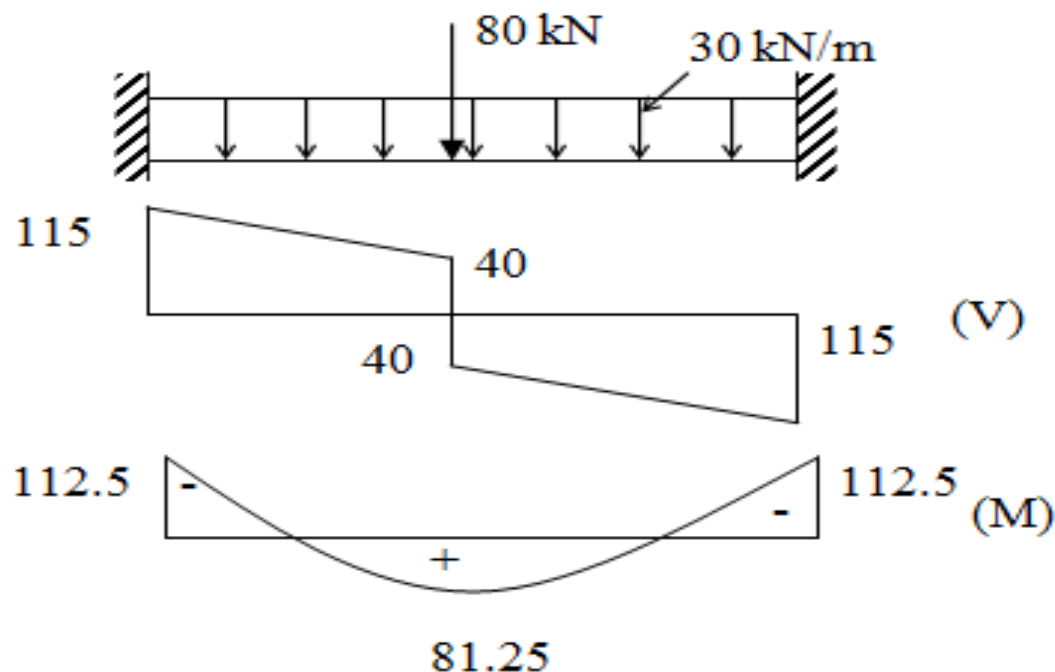
Etriye çapı en az 8 mm olmalı ve etriye aralığı, aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$s \leq d/2$$

$$s \leq U_e/8$$

$$s \leq 300 \text{ mm}$$





Bilinen:

Malzeme C20, S420,  $f_{ctd}=1$  N/mm<sup>2</sup>,  $f_{ywd}=191$  N/mm<sup>2</sup>

Hesap yükleri:  $p_d=30$  kN/m,  $P_d=80$  kN

Kiriş boyutları: 25\*40 (d=36.5 cm)

Mesnet için verilen değerler kolon yüzündeki değerlerdir.

Çözüm:

a) Burulma, denge burulmasıdır.

b) K112 L kirişidir.  $x_1=25$  cm,  $y_1=40$  cm,  $x_2=10$  cm,  $y_2=30$  cm

$$b_k=b_w-2*3.5=18 \text{ cm}, h_k=h-2*3.5=33 \text{ cm}$$

$$A_e=b_k h_k=18*33=594 \text{ cm}^2, U_e=2(b_k+h_k)=102 \text{ cm}$$

$$c) T_{cr}=1.35S f_{ctd} \quad TS 500 \text{ de } S=\left(\frac{1}{3}\right) \sum x_i^2 y_i$$

$$1.35S=0.45(25^2*40+10^2*30)=12600 \text{ cm}^3$$

$$T_{cr}=1.35S f_{ctd}=1*12600*10^{-3}=12.6 \text{ kN m}$$

$$V_{cr}=0.65 f_{ctd} b_w d=0.65*1*250*365*10^{-3}=59.3 \text{ kN}$$

$$V_c=0.8 V_{cr}=47.4 \text{ kN}$$

$$d) T_d=12 \text{ kN m}$$

$$V_d=104 \text{ kN (kolon yüzünden d uzaklığında)}$$

$$\tau=\frac{V_d}{b_w d}+\frac{T_d}{1.35S}=\frac{104*10^3}{250*365}+\frac{12*10^6}{12600*10^3}=2.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{max}=0.22 f_{cd}=0.22*13=2.86 > 2.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2+\left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2=\left(\frac{12}{12.6}\right)^2+\left(\frac{104}{59.3}\right)^2=3.98>1 \text{ kesit çatlamıştır.}$$

$$e) \frac{A_o}{s} = \frac{V_d - V_c}{2 f_{ywd} (d)} + \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}}$$

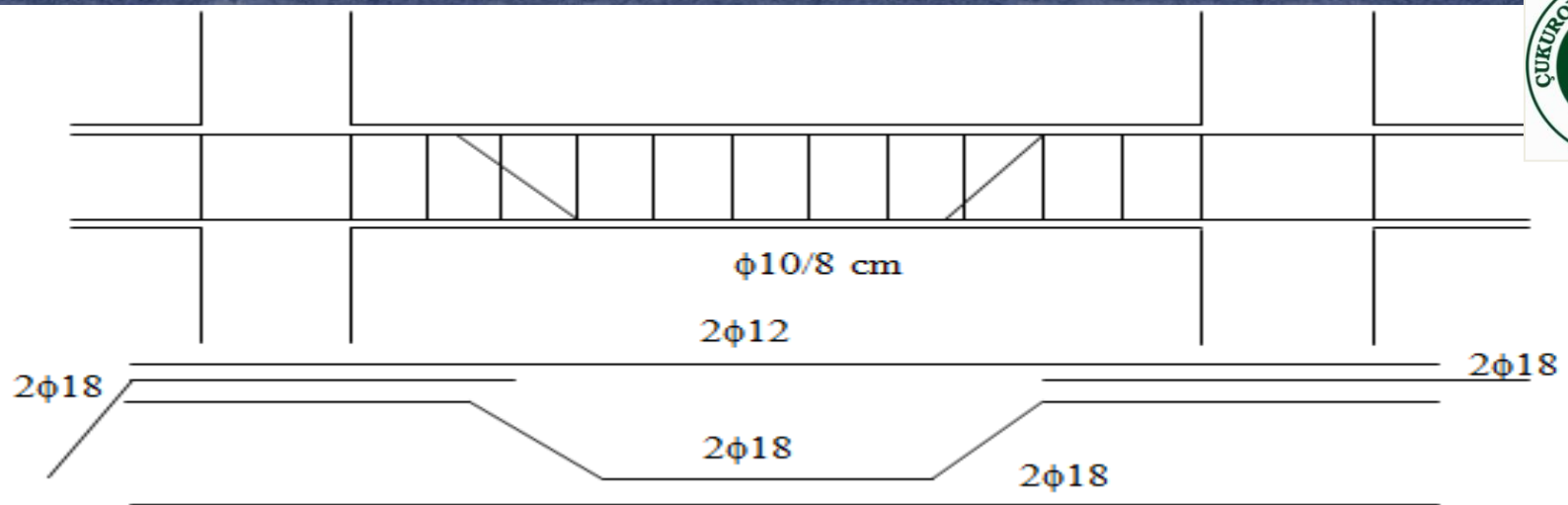
$$\frac{A_o}{s} = \frac{(104 - 47.4) * 10^3}{2 * 191 * 365} + \frac{12 * 10^6}{2 * 594 * 10^2 * 191} = 0.93 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\min \frac{A_o}{s} = 0.15 \frac{1}{191} \left( 1 + 1.3 \frac{12 * 10^3}{104 * 250} \right) 250 = 0.314 \text{ mm}^2/\text{mm} < 0.93 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Ø10 seçilirse;  $A_o = 78.5 \text{ mm}^2$  - buradan  $s = 84.4 \text{ mm}$  (Ø10/8 cm)

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} = 280 \text{ mm}^2$$

Boyuna donatı alt ve üstte yerleştirilecektir. Her bir yüzde  $A_{sl}/2 = 140 \text{ mm}^2$



#### f) Eğilme hesabı

$$+M=81.25 \text{ kN m} \quad A_s = \frac{M_d}{f_{yd} j d} = 678 \text{ mm}^2$$

$$-M=112.5 \text{ kN m} \quad K=374.62 \text{ mm}^2/\text{kN} < K_L=380 \text{ mm}^2/\text{kN} \text{ (Çift Donatı)}$$

$$M_1 = \frac{b_w d^2}{K_L} = 87.6 \text{ kNm}, M_2 = 25 \text{ kNm}$$

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_{yd} j d} = \frac{87.6 \cdot 10^6}{365 \cdot 0.86 \cdot 365} = 765 \text{ mm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{M_2}{f_{yd} (d - d')} = 208 \text{ mm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 973 \text{ mm}^2$$

Eğilme+burulma için gerekli boyuna donatı;

Açıklıkta:

Altta  $678+140=818 \text{ mm}^2$  ( $2\phi 18$  düz,  $2\phi 18$  pilye)=1016  $\text{mm}^2$

Üstte  $0+140=140 \text{ mm}^2$  (Var olan)  $2\phi 12$

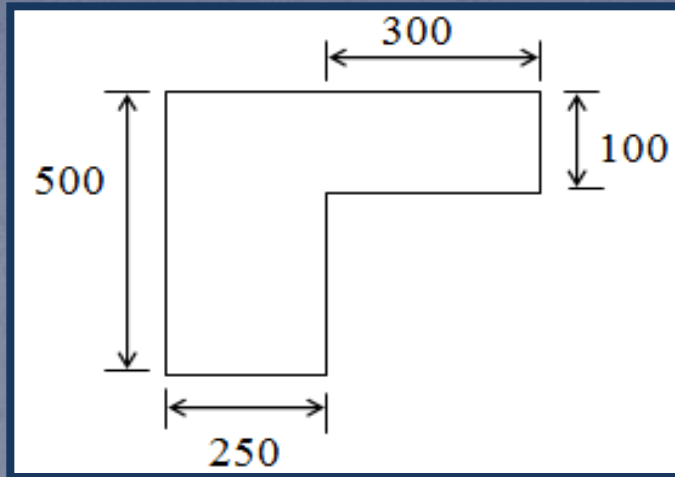
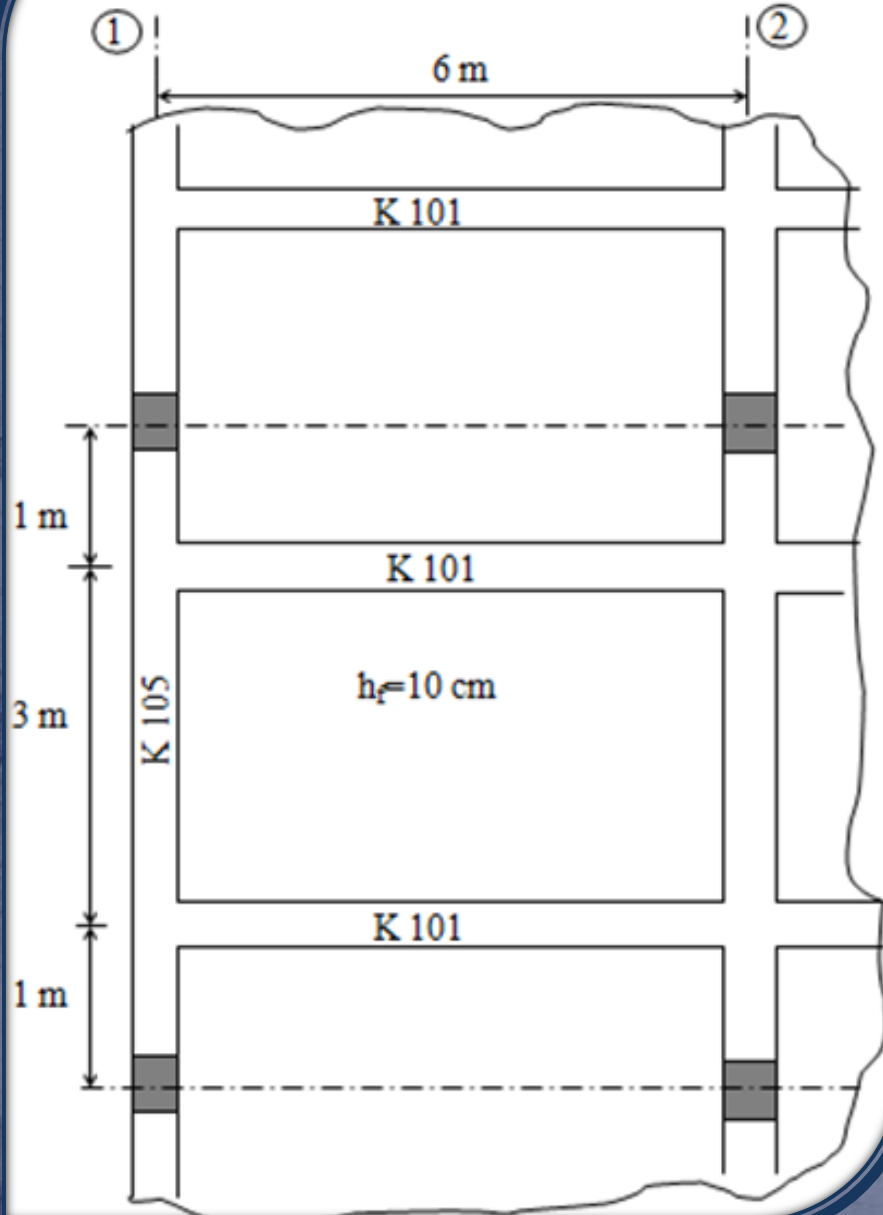
Mesnette:

Altta  $208+A_{sl}/2=208+140=348 \text{ mm}^2$  (Var olan  $2\phi 18=508 \text{ mm}^2$ )

Üstte  $A_s+A_{sl}/2=973+140=1113 \text{ mm}^2$  (Var olan  $4\phi 18$  pilye+ $2\phi 12$  montaj=1232  $\text{mm}^2$ )



Örnek:



Bilinen: Kirişler 25\*50 cm ( $d=46.5$  cm)

Kolonlar 60 cm,  $L=3$  m

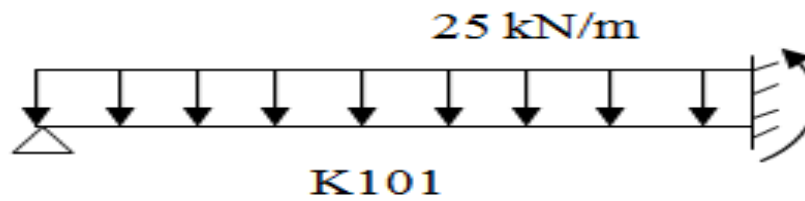
Döşeme kalınlığı  $h_f=10$  cm

Kiriş hesap yükleri:

K101  $P_d=25$  kN/m, K105  $P_d=15$  kN/m

Malzeme C20, S220 ( $f_{ctd}=1$  N/mm<sup>2</sup>,  $f_{ywd}=191$  N/mm<sup>2</sup>)

İstenen: K101 ve K105 kirişlerinin donatı hesabı



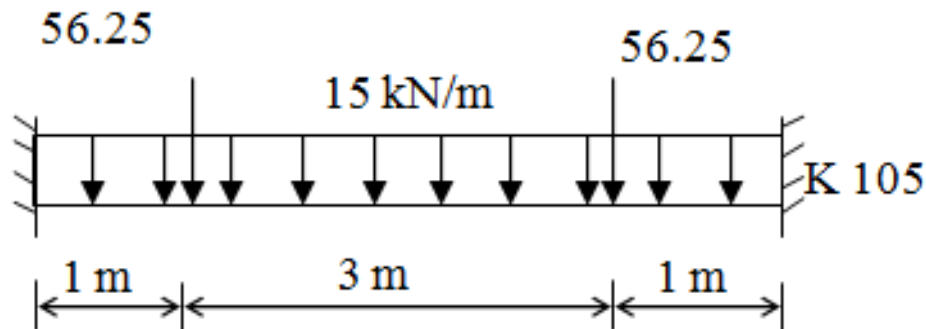
$$M = -\frac{P_d l^2}{8} = -\frac{25 * 6^2}{8} = 112.5 \text{ kN m}$$

$$\text{Mesnet yüzünde: } +M = 112.5 - \frac{93.75 * 0.25}{3} = 105 \text{ kN m}$$

$$V_{\text{sağ}} = -\frac{25 * 6}{2} + \frac{0 - 112.5}{6} = -93.75 \text{ kN}$$

$$V_{\text{sol}} = \frac{25 * 6}{2} + \frac{-112.5}{6} = 56.25 \text{ kN}$$

$$+M = 63.3 \text{ kN m (x=2.25 m)}$$



$$M_{ij} = \frac{Pa}{L}(L - a)$$

$$V = 93.75 \text{ kN, } -M = 76.25 \text{ kN m}$$

Uygunluk burulması söz konusu olduğundan K105 kirişine uygulanan burulma momenti ihmal edilecek ve K101 kirişinin eğilme momenti hesaplanırken, K105 kirişinin burulma rijitliğinin sıfır olduğu kabul edilecektir.

### K101

$$\begin{aligned}
 M_d &= 63.3 \text{ kN m} & A_s &= 790 \text{ mm}^2 \text{ (} 2\phi 16 \text{ düz} = 400 \text{ mm}^2, 2\phi 18 \text{ pilye} = 510 \text{ mm}^2 \text{)} \\
 -M_d &= 105 \text{ kN m} & -A_s &= 1370 \text{ mm}^2 \text{ var olan } 4\phi 18 \text{ pilye} = 1020 \text{ mm}^2 \\
 & & & \text{Ek olarak } 2\phi 12 \text{ montaj} = 226 \text{ mm}^2 \text{ } 1\phi 14 \text{ ilave} = 154 \text{ mm}^2 \\
 & & & \hline
 & & & 1400 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

Diğer mesnette (K105 e saplandığı nokta)

$$-M = T_{cr} = f_{ctd} 1.35S$$

$$1.35S = \frac{1.35}{3} (x_1^2 y_1 + x_2^2 y_2) = 0.45 (25^2 * 50 + 10^2 * 3 * 10) = 15412 \text{ cm}^3$$

$$-M = T_{cr} = 1 * 15412 * 10^{-3} = 15.4 \text{ kN m}$$

$$-M = 15.4 \text{ kN m} \quad -A_s = 200 \text{ mm}^2 \text{ var olan pilye} = 510 \text{ mm}^2$$

$$V_d = 93.75 - \frac{25 * 0.25}{2} = 90.3 \text{ kN} \quad V_{cr} = 75 \text{ kN} \quad V_d > V_{cr}$$

$$\min \frac{A_{sw}}{s} = 0.3 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} b_w = 0.39$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd} (d)} = \frac{(90.3 - 0.8 * 75) * 10^3}{191 * 465} = 0.34 \text{ mm}^2/\text{mm} (\phi 8/23 \text{ kullanılır.})$$

K105

$$+M_d = 40 \text{ kN m} \quad A_s = 500 \text{ mm}^2$$

$$-M_d = 60 \text{ kN m} \quad -A_s = 790 \text{ mm}^2$$

$$V_d = 90 \text{ kN}, \quad V_{cr} = 75 \text{ kN}, \quad V_c = 60 \text{ kN}$$

$$T_d = T_{cr} = 15.4 \text{ kN m}$$

$$\begin{aligned} \min \frac{A_o}{s} &= 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_{cr}}{V_d b_w}\right) b_w \\ &= 0.15 \frac{1}{191} \left(1 + 1.3 \frac{15.4 * 10^3}{90 * 250}\right) 250 = 0.4 \end{aligned}$$

Yalnız kesme için gerekli etriye alanı;

$$\frac{A_{os}}{s} = \frac{A_{sw}}{2s} = \frac{V_d - V_c}{2 f_{ywd} (d)} = \frac{(90 - 60) * 10^3}{2 * 191 * 465} = 0.17 < 0.4$$



$$\min \frac{A_o}{s} = 0.4 \quad \phi 8/12.5 \text{ veya } \phi 10/20 \text{ cm}$$

TS 500 e göre  $s \leq d/2 = 23 \text{ cm}$

$$s \leq U_e/8 = 122/8 = 15 \text{ cm}, \quad s < 30$$

Bu durumda  $\phi 8/12.5$  kullanılacaktır.

$$\min A_{sl} = \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e} = 635 \text{ mm}^2$$

Boyuna Donatı:

Açıklıkta      Altta =  $A_s + A_{sl}/2 = 500 + 318 = 818 \text{ mm}^2$   
( $3\phi 14 \text{ düz} + 2\phi 16 \text{ pilye} = 864$ )

Üstte =  $0 + A_{sl}/2 = 0 + 318 = 318 \text{ mm}^2$   
 $3\phi 12 \text{ (montaj dahil)} = 340 \text{ mm}^2$

Mesnette      Altta =  $0 + A_{sl}/2 = 0 + 318 = 318 \text{ mm}^2$   
Var olan  $3\phi 14 = 462 \text{ mm}^2$   
Üstte =  $A_s + A_{sl}/2 = 790 + 318 = 1108 \text{ mm}^2$   
Var olan  $4\phi 16 + 3\phi 12 = 1143 \text{ mm}^2$

Burulma açıklığı  $3h=150$  cm den küçük olduğundan dönme açısının kontrol edilmesi gerekir. K101 kirişinin her iki ucu da mafsallı kabul edilirse mesnetteki dönme açısı,

$$\theta_B = \frac{P_d L^3}{24 EI}$$

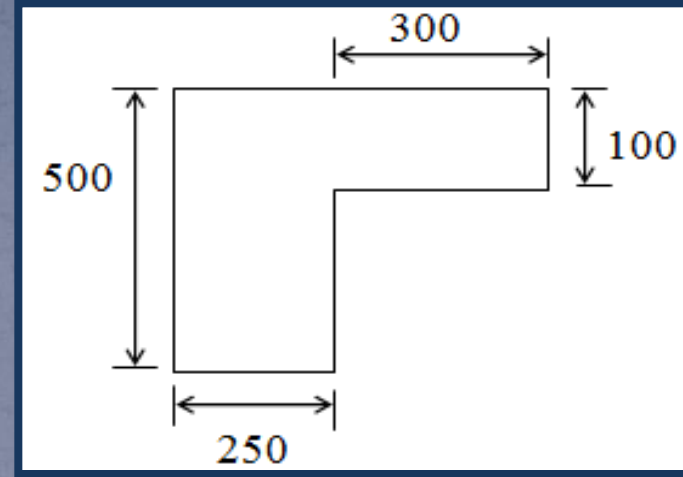
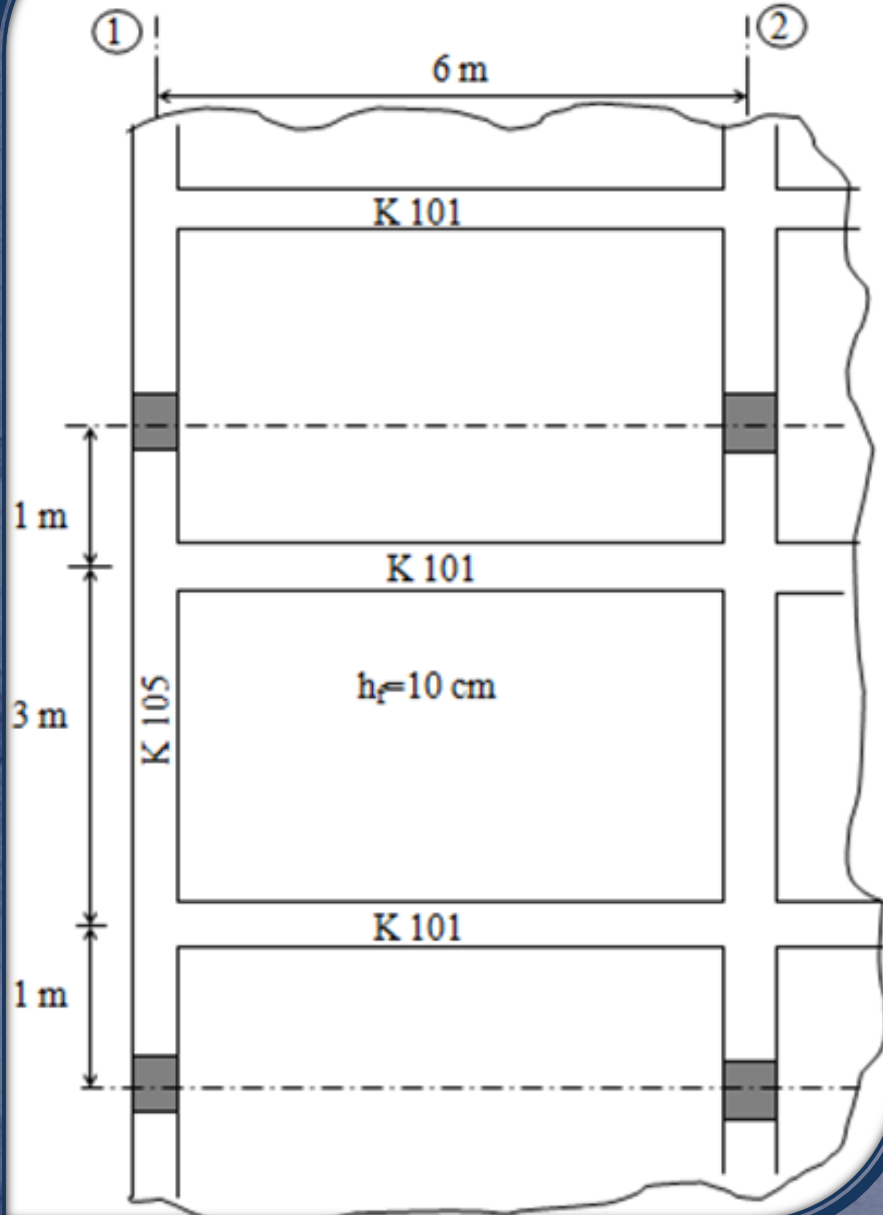
$$I_{K101} = 25 \cdot (50)^3 / 12 = 2.6 \cdot 10^5 \text{ cm}^4 \quad E = 2850 \text{ kN/cm}^2$$

$$EI = 74.1 \cdot 10^7 \text{ kN cm}^2 \text{ olur.}$$

$$\theta_B = \frac{0.25 \cdot (600)^3}{24 \cdot 74.1 \cdot 10^7} = 3.04 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

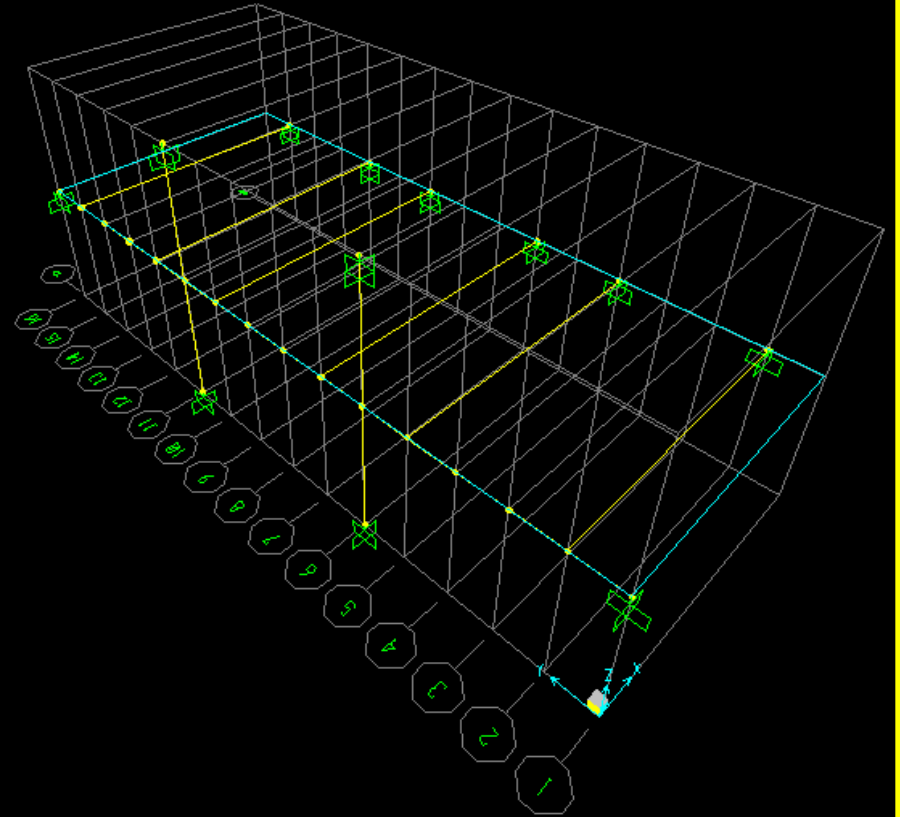
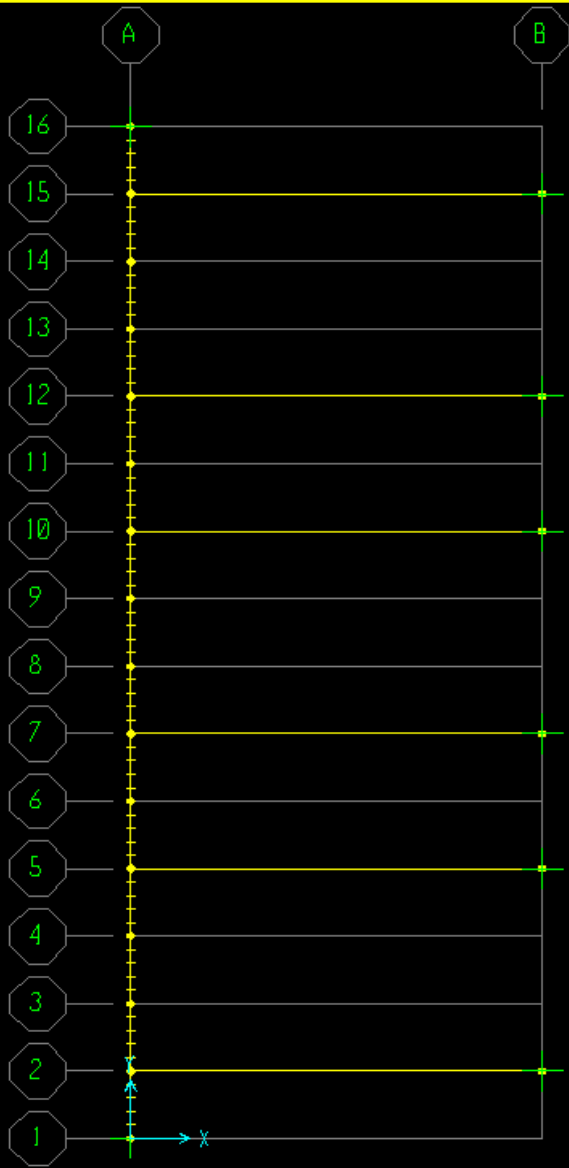
$$\phi = \theta_B / l = 3.04 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m} < 10 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$$

Örnek:

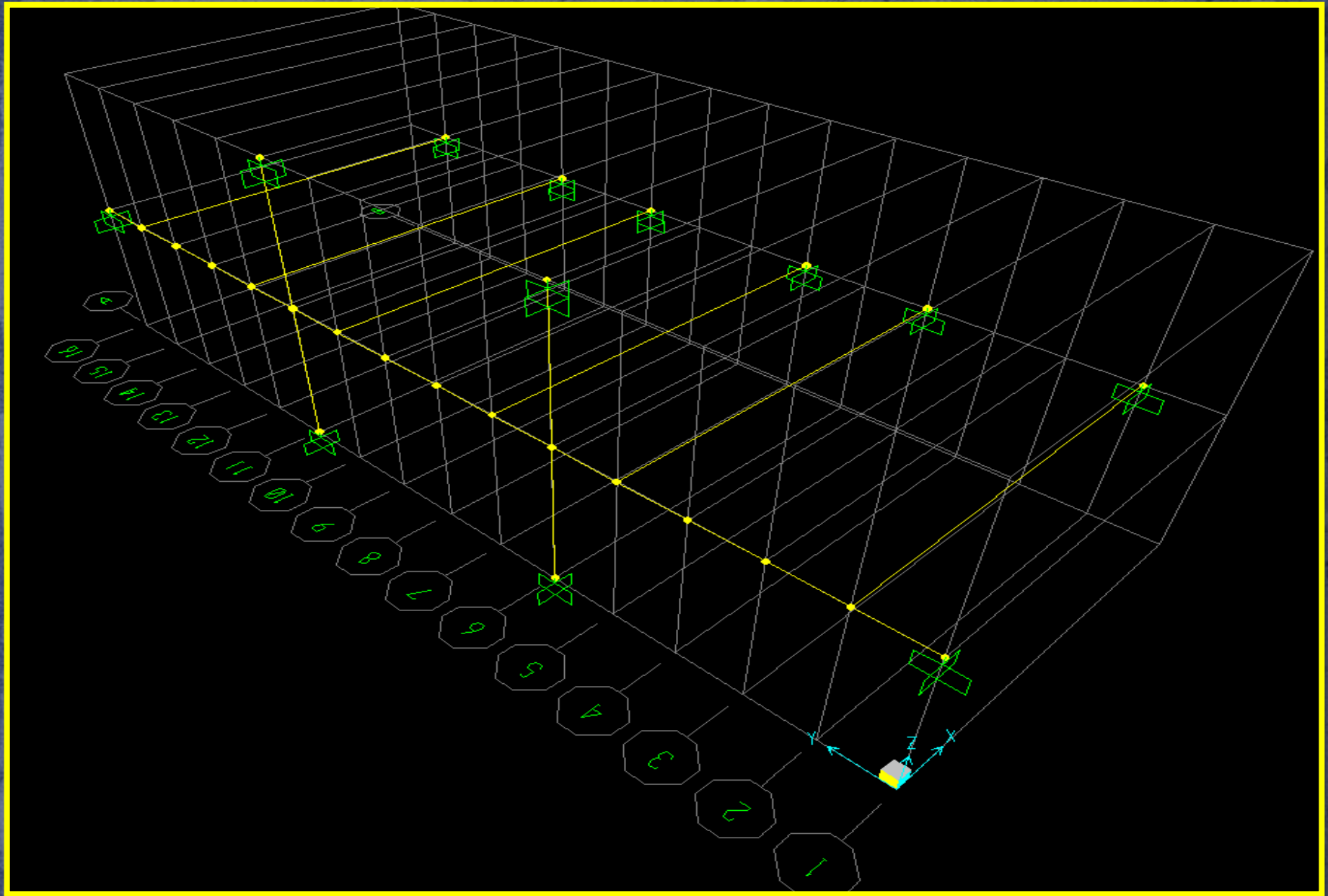


Aynı örnek için SAP2000 programı kullanılarak da çözüm gerçekleştirilmiştir.

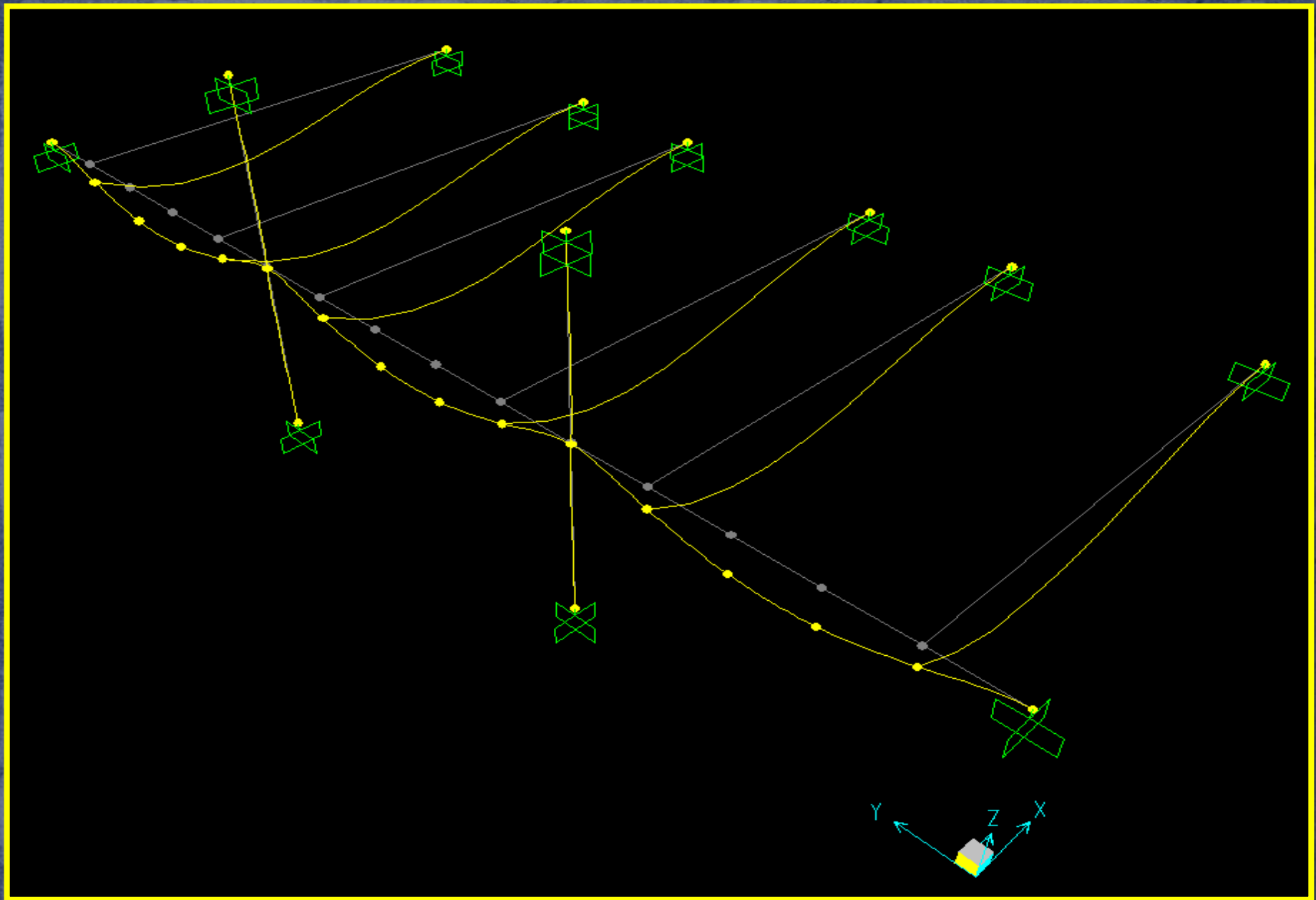
Oluşan analiz sonuçları ise sırasıyla verilen şekillerde görüldüğü gibidir.



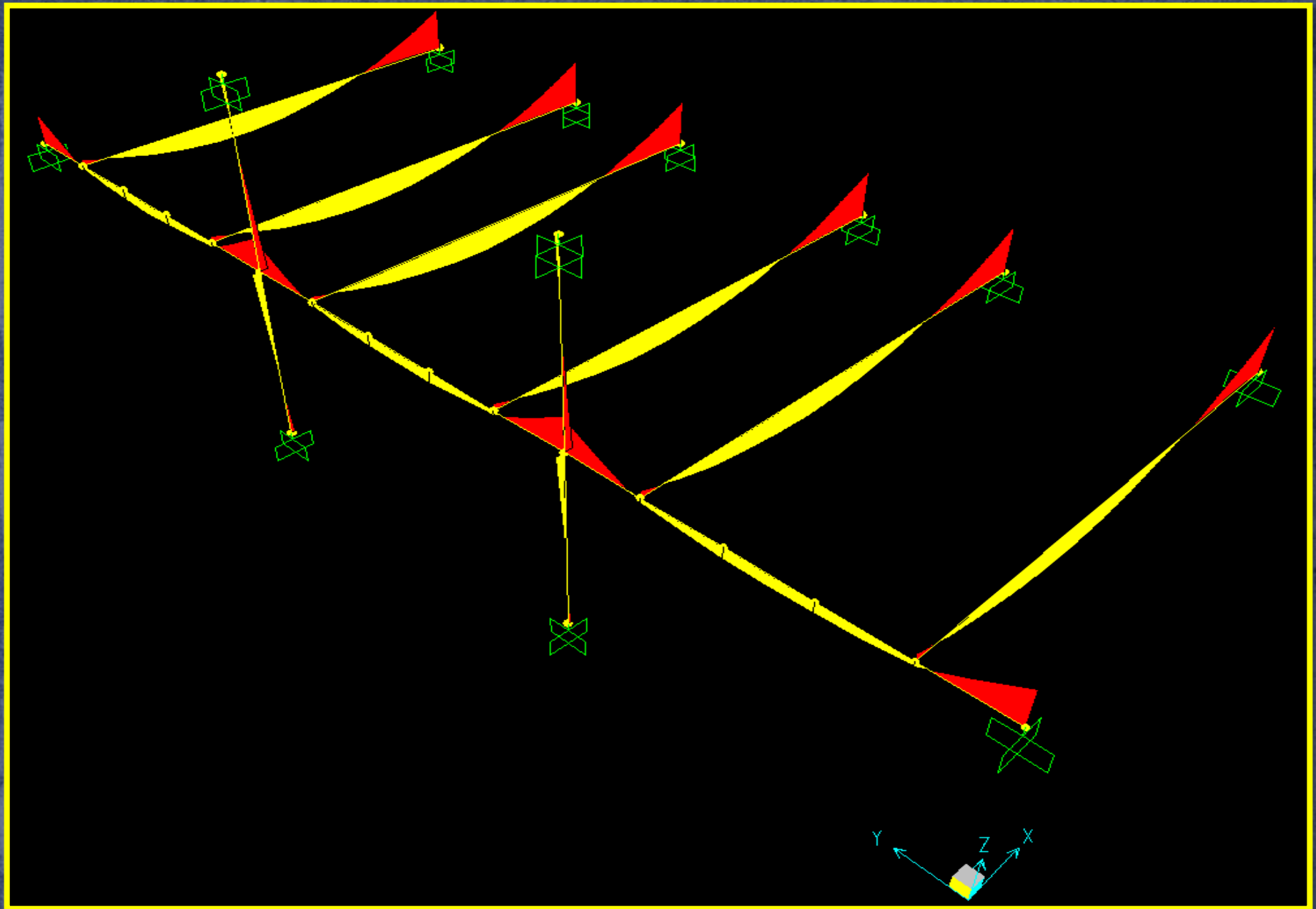
Modelin XY ve 3D Görüntüsü



Modelin 3D Görüntüsü

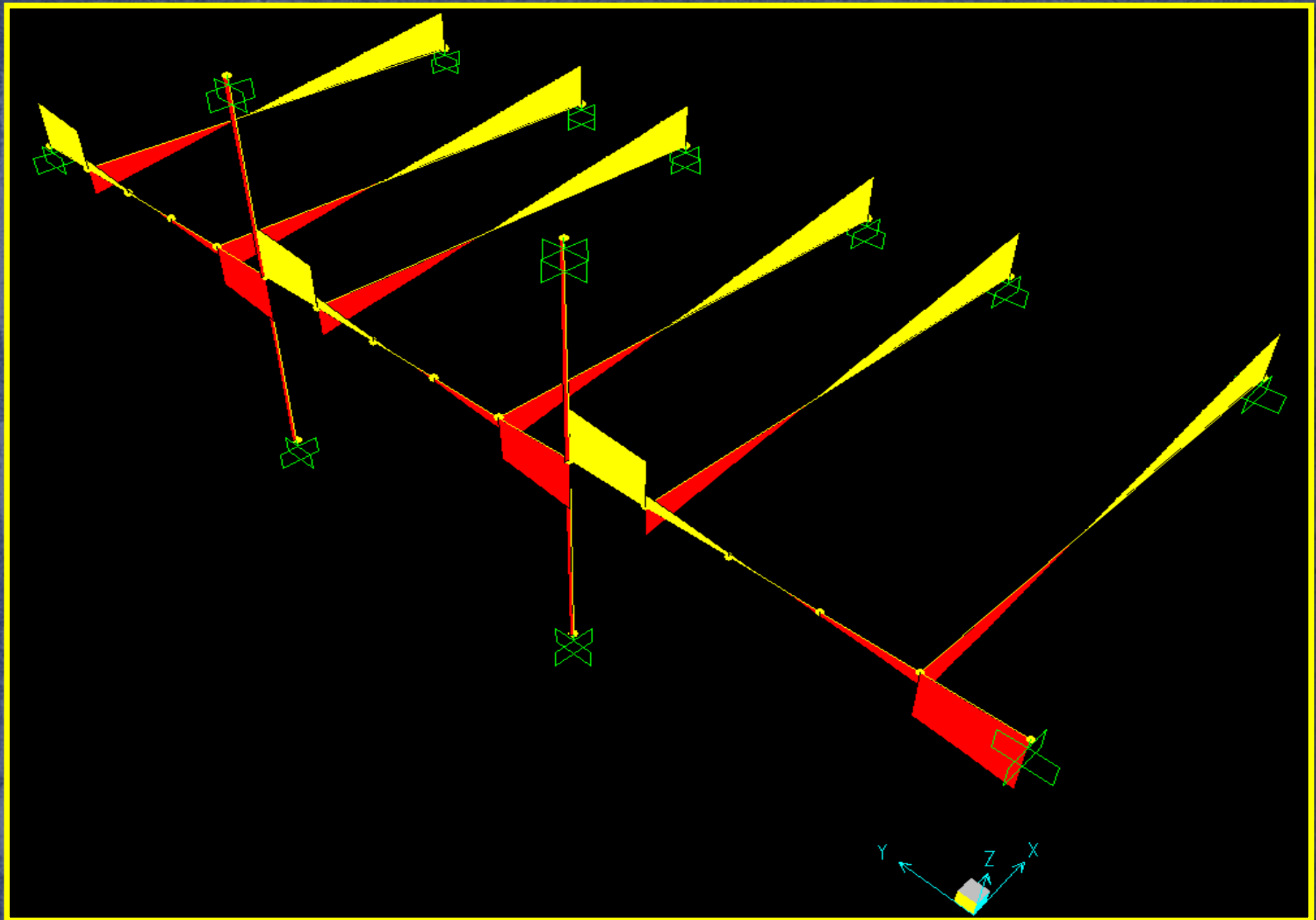


Analiz sonrası modelin deformasyon yapmış hali

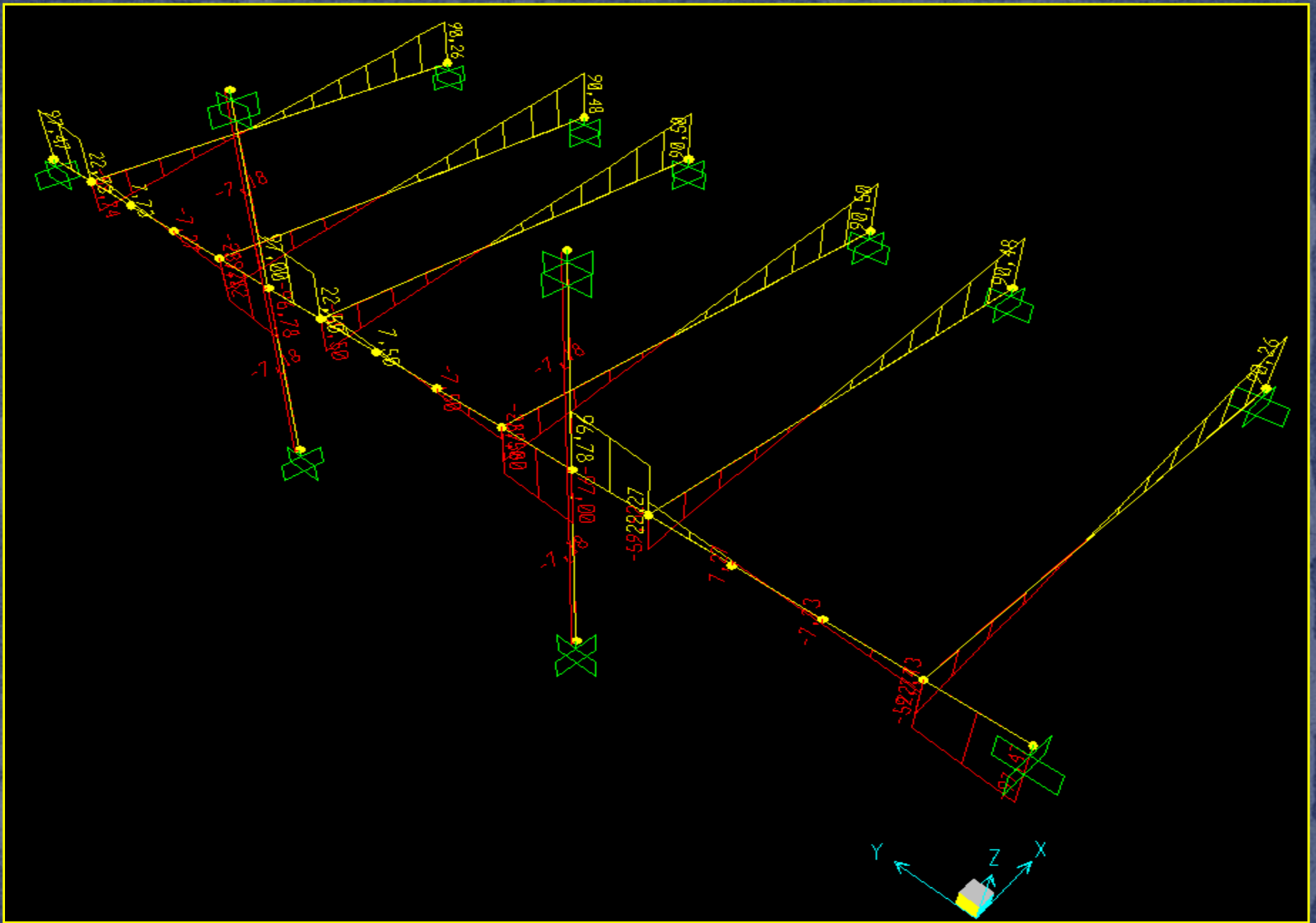


Modele ait M Diyagramı

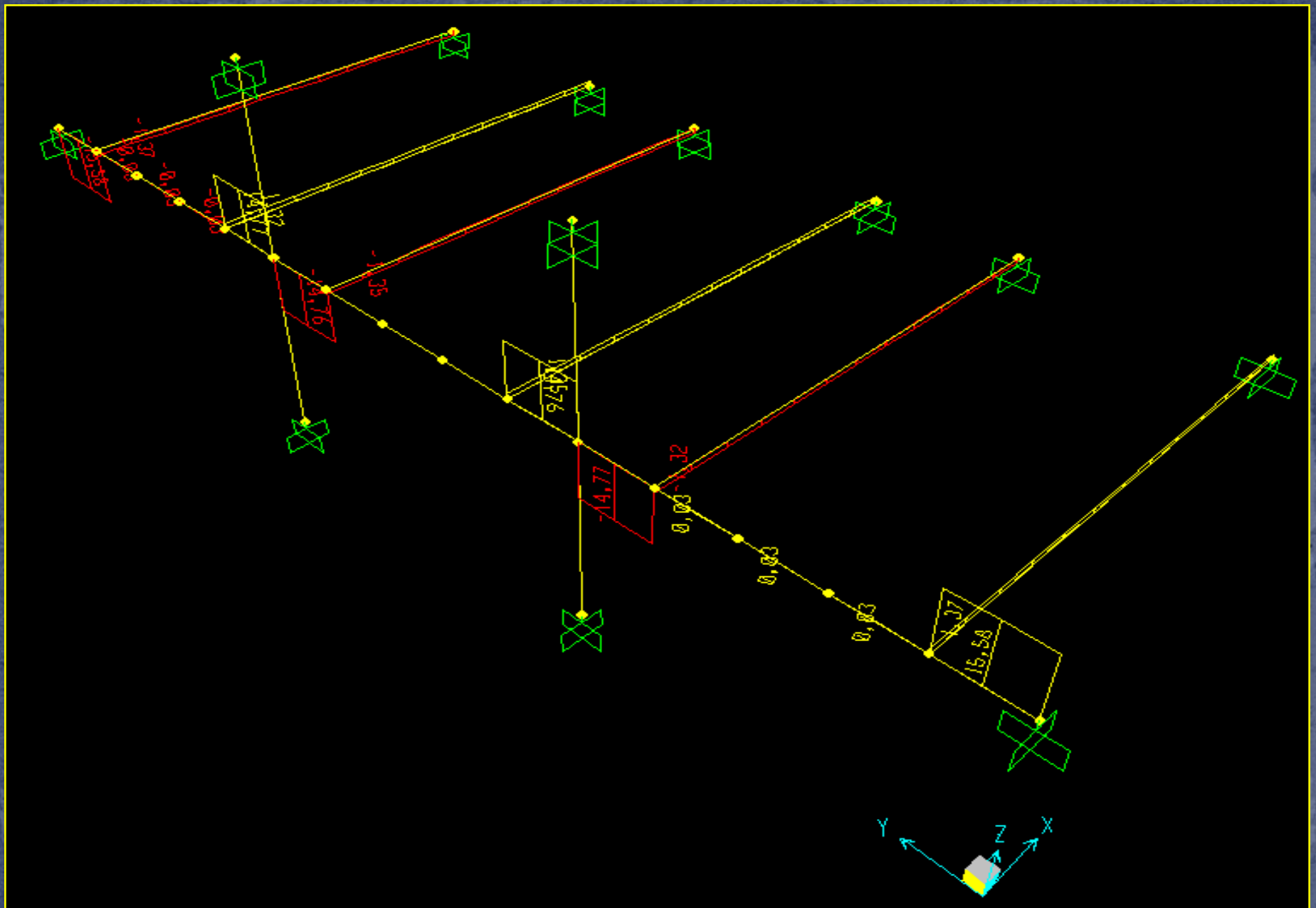




Modele ait V Diyagramı



Modele ait V Diyagramı ve değerleri



Modele ait Burulma Momenti (T) Diyagramı

Diagrams for Frame Object 4 (TKESIT)

Case 

DEAD

Items 

Major (V2 and M3)

Single valued

End Length Offset (Location)

I-End: Jt: 7  
0,000000 m  
(0,00000 m)

J-End: Jt: 17  
0,000000 m  
(6,00000 m)

Display Options

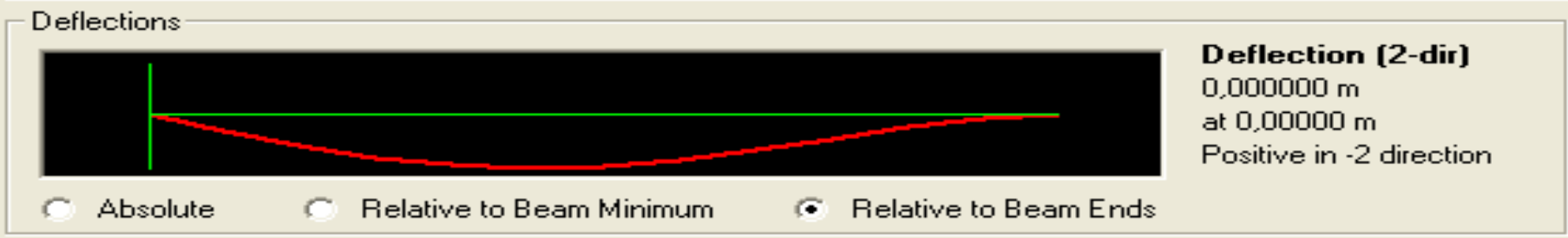
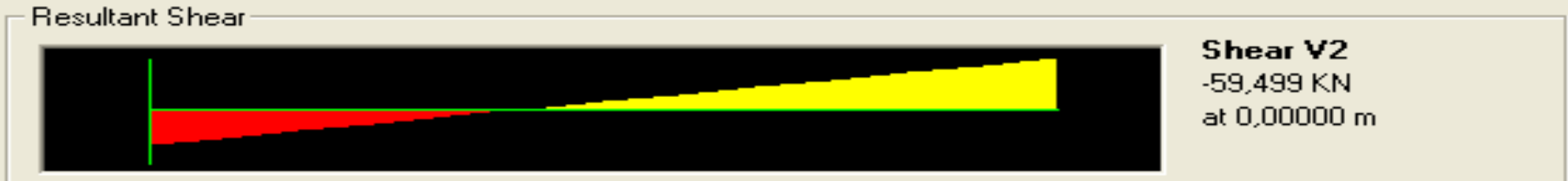
☒ Scroll for Values

☐ Show Max

Location

0,00000

 m



Diagrams for Frame Object 16 (LKIRIS)

Case: DEAD

Items: Major (V2 and M3) Single valued

End Length Offset (Location)

I-End: Jt: 6  
0,000000 m  
(0,000000 m)

J-End: Jt: 7  
0,000000 m  
(1,000000 m)

Display Options

☒ Scroll for Values

☐ Show Max

Location

0,00000 m

Equivalent Loads - Free Body Diagram (Concentrated Forces in KN, Concentrated Moments in KN-m)



**Dist Load (2-dir)**  
15,00 KN/m  
at 0,00000 m  
Positive in -2 direction

Resultant Shear



**Shear V2**  
-96,999 KN  
at 0,00000 m

Resultant Moment



**Moment M3**  
-78,0130 KN-m  
at 0,00000 m

Deflections



**Deflection (2-dir)**  
0,000000 m  
at 0,00000 m  
Positive in -2 direction

☐ Absolute ☐ Relative to Beam Minimum ☒ Relative to Beam Ends

# Diagrams for Frame Object 14 (LKIRIS)

Case DEAD

Items Major (V2 and M3) Single valued

End Length Offset (Location)

I-End: Jt: 24  
0,000000 m  
(0,000000 m)

J-End: Jt: 23  
0,000000 m  
(1,000000 m)

Display Options

- ☒ Scroll for Values  
☐ Show Max

Location

0,00000 m

Equivalent Loads - Free Body Diagram (Concentrated Forces in KN, Concentrated Moments in KN-m)



**Dist Load (2-dir)**

15,00 KN/m  
at 0,00000 m  
Positive in -2 direction

Resultant Shear



**Shear V2**

-7,500 KN  
at 0,00000 m

Resultant Moment



**Moment M3**

25,1391 KN-m  
at 0,00000 m

Deflections



**Deflection (2-dir)**

0,000000 m  
at 0,00000 m  
Positive in -2 direction

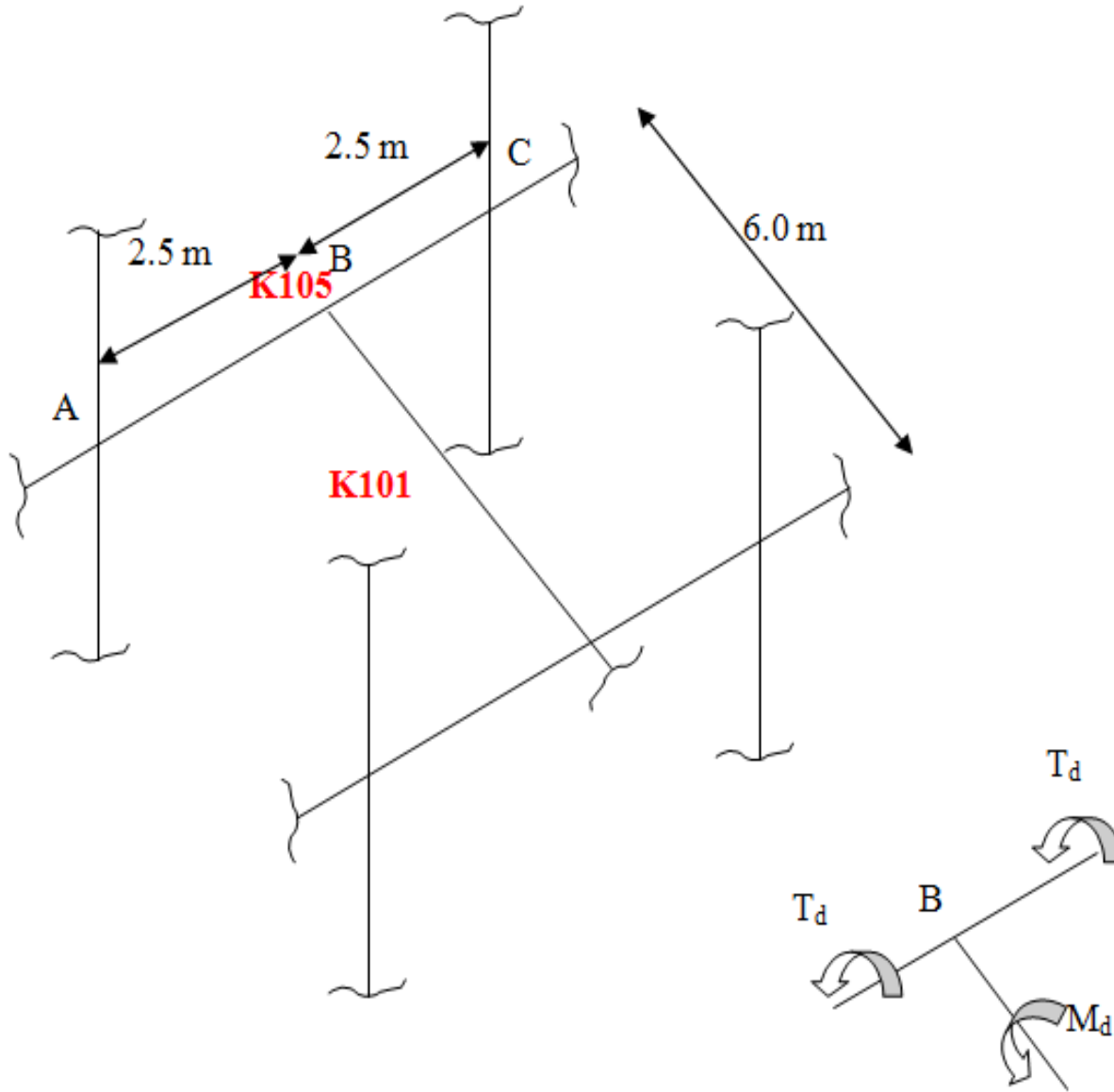
☐ Absolute ☐ Relative to Beam Minimum ☒ Relative to Beam Ends

Reset to Initial Units

Done

Units KN, m, C

# PROBLEMİN İRDELENMESİ



Kat planında K105 kirişine açıklık ortasında yalnız bir kiriş saplansaydı; K101 kirişindeki negatif moment  $2T_{cr}$  olacaktı. Eğer K105 kirişinin kesit boyutları 500x700 mm ve tabla kalınlığı 200 mm olsaydı; burulma çatlama momenti oldukça büyük olurdu.

$$1.35 S = \frac{1.35}{3} [(500^2)(700) + (200^2)(3)(200)] = 89.5 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = f_{ctd} 1.35 S = 1.0 * 89.5 * 10^6 * 10^{-6} = 89.5 \text{ kNm}$$

Bu durumda K101 (250\*500) kirişinin kenar mesnedindeki moment  $2T_{cr}$   
 $-M_d = 2 * 89.5 = 179 \text{ kNm}$

Bu moment oldukça büyüktür. Limit analize dayanan şu yaklaşım daha uygun olacaktır.

Plastik mafsallı K101 kirişinin kenar mesnedinde oluştuğu varsayılarak mevcut donatıya göre kapasite momenti hesaplanır.

$$M_p \approx 1.4 M_r = 1.4 A_s f_{yd} (d - d')$$

$$\text{K101 üst donatı (mesnette) } 2\phi 14 \text{ pilye} + 2\phi 12 \text{ düz} = 534 \text{ mm}^2$$

$$M_p = 1.4 * 534 * 0.365 * 430 * 10^{-3} = 117 \text{ kNm}$$

Bu moment temel alınarak K105 kiriş uçlarına giden burulma momenti hesaplanır.

$$\text{K105} \quad T_d = \frac{117}{2} = 58.5 \text{ kNm} \quad T_{cr} = 89.5 \text{ kNm} > T_d$$

Bu durumda plastik mafsalsın K101'in ucunda oluştuğu varsayımı doğrudur. K105 çatlamada burulma momentine erişmez. Minimum burulma donatısı konulacaktır.

Eğer K101 kirişinin mesnedindeki üst donatı

$2\phi 16 + 2\phi 12$  ( $-A_s = 1286 \text{ mm}^2$ ) olsaydı. Hesap burulma momenti;

$$M_p = 1.4 * 1286 * 0.365 * 430 * 10^{-3} = 282.5 \text{ kNm}$$

K105 kirişi mesnetlerindeki burulma momenti;

$$T_d = \frac{M_p}{2} = 141.2 \text{ kNm} > T_{cr}$$

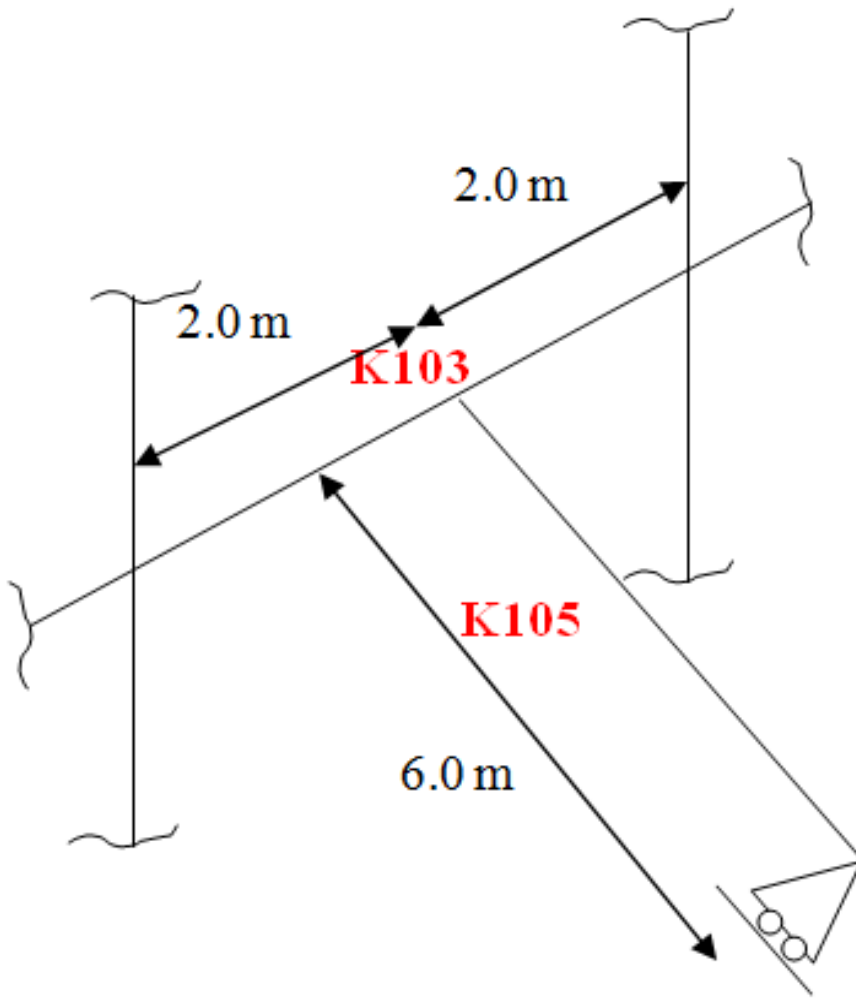
Bu durumda mafsalsın K101 kirişinde oluşması olanaksızdır. Plastik mafsallar K105 kirişinin ilk ucunda burulma çatlamasından oluşacaktır.

$$T_d = T_{cr} = 89.5 \text{ kNm}$$

K101'in kenar mesnedinde

$$M_d = 2 * 89.5 = 179 \text{ kNm}$$

### ÖRNEK 8.3.



Şekil 8.3

Şekil 8.3'te gösterilen K103 kirişinin donatısını hesaplayınız. (M, V, T altında)

Malzeme: C20, S420.

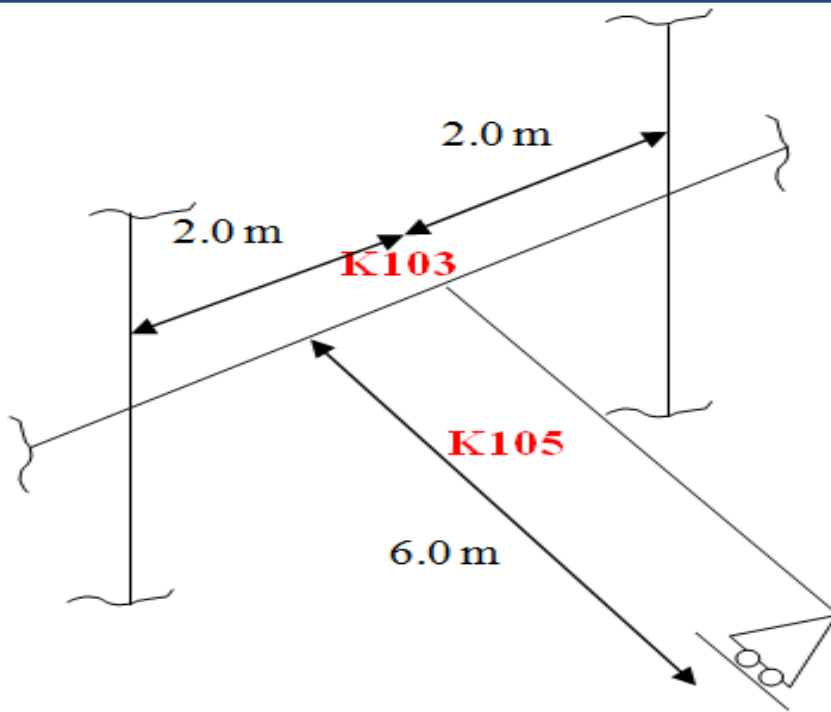
Kolonlar: (1000\*1000) mm  
(Kolon boyu üstte ve altta 3.0 m)

Kirişler: (300\*500) mm ( $d=465$  mm)

Düzgün yayılı kiriş yükleri:

K103 için;  $p_g=7.1$  kN/m,  
 $p_q=9.0$  kN/m

K105 için;  $p_g=16.0$  kN/m,  
 $p_q=5.0$  kN/m (kendi ağırlıkları dahil)



Şekil 8.3

Yalnız  $1.4G + 1.6Q$  yük birleşimi için hesap yapınız. K103 kirişinin arkasında döşeme bulunmamaktadır.

### ÇÖZÜM 8.3.

$$K105 \quad P_d = 1.4 * 16 + 1.6 * 5 = 30.4 \text{ kN/m}$$

$$K103 \quad P_d = 1.4 * 7.1 + 1.6 * 9 = 24.34 \text{ kN/m}$$

$$-M_d = T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$$

$$S = \frac{1}{3} * 300^2 * 500 = 15 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = 1.35 * 15 * 10^6 * 1 * 10^{-6} = 20.25 \text{ kNm}$$

$$+A_s = \frac{136.8 * 10^6}{365 * 0.86 * 465} = 937.2 \text{ mm}^2$$

$$\text{Seçilen: } 4\emptyset 18 = 1018 \text{ mm}^2$$

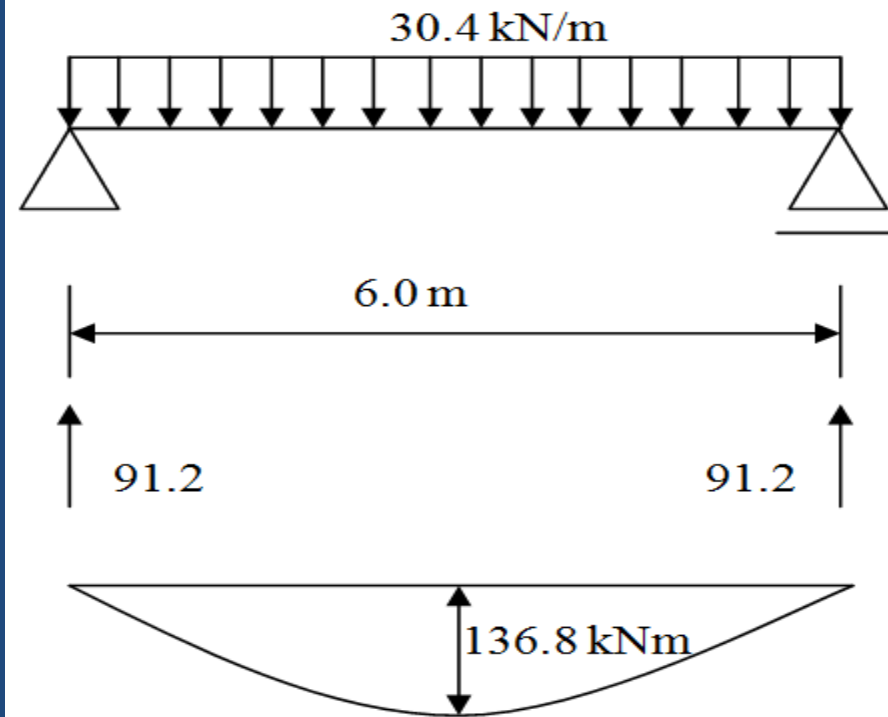
$$-A_s = \frac{20.25 * 10^6}{365 * 0.86 * 465} = 138.7 \text{ mm}^2$$

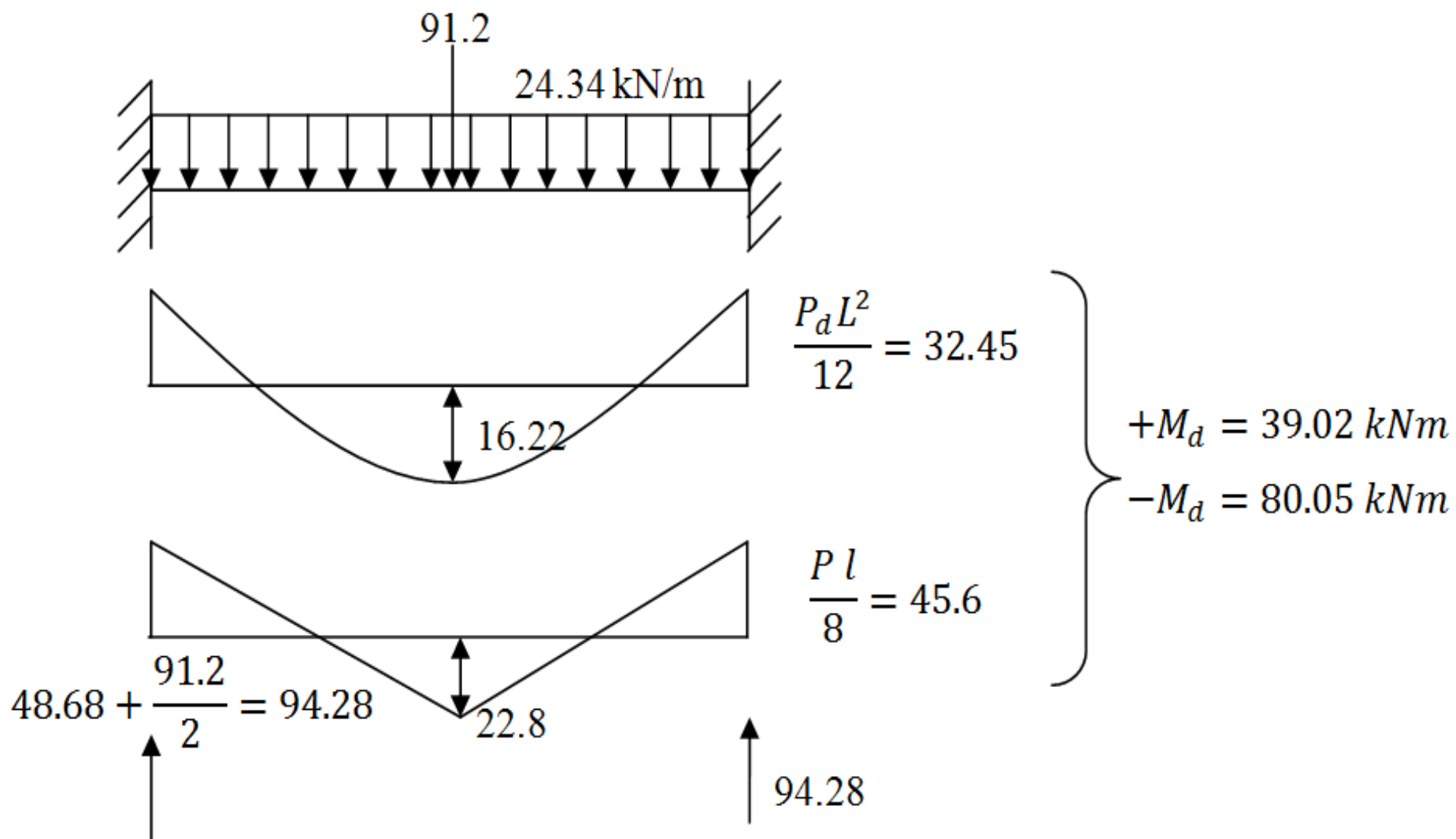
$$\text{Mevcut: } 2\emptyset 18 \quad \checkmark$$

$$V_d = 91.2 \text{ kNm}$$

$$V_{cr} = 0.65 * 1 * 10^{-3} * 300 * 465 = 90.67 \text{ kN}$$

$$V_d > V_{cr} \quad V_c = 72.54 \text{ kN}$$





$$+A_s = \frac{39.02 * 10^6}{365 * 0.86 * 465} = 267 \text{ mm}^2$$

$$\text{Seçilen: } 4\emptyset 12 = 2\emptyset 12 \text{ düz} + 2\emptyset 12 \text{ pilye} = 452 \text{ mm}^2$$

$$-A_s = \frac{80.05 * 10^6}{365 * 0.86 * 465} = 548.42 \text{ mm}^2$$

$$\text{Mevcut: } 2\emptyset 12 + 2\emptyset 12 + 1\emptyset 12 = 565 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_{os}}{s} = \frac{A_{sw}}{2s} = \frac{(91.2 - 0.5 * 72.54) * 10^3}{2 * 191 * 465} = 0.31 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\emptyset 8 \implies A_0 = 50.26 \text{ mm}^2 \quad \frac{50.26}{s} = 0.31 \quad s = 161 \text{ mm} = 16 \text{ cm} \quad (\emptyset 8/16)$$

$$\min \frac{A_0}{s} = 0.15 * \frac{1}{191} * \left( 1 + 1.5 * \frac{20.25 * 10^3}{94.28 * 300} \right) 300 = 0.49 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\frac{T_d}{V_d b_w} = 0.71 < 1 \quad \checkmark$$

$$\emptyset 8 \implies A_0 = 50.26 \text{ mm}^2 \quad \frac{50.26}{s} = 0.49 \quad s = 102 \text{ mm} = 10 \text{ cm} \quad (\emptyset 8/10)$$

$$b_k = 300 - 2 * 35 = 230 \text{ mm}$$

$$h_k = 500 - 2 * 35 = 430 \text{ mm}$$

$$U_l = 2(b_k + h_k) = 1320 \text{ mm}$$

$$A_e = (b_k * h_k) = 98900 \text{ mm}^2$$

$$\min A_{sl} = \frac{T_{cr} U_l}{2 f_{yd} A_e} = \frac{20.25 * 10^6 * 1320}{2 * 365 * 98900} = 370 \text{ mm}^2 \quad \frac{A_{sl}}{2} = 185 \text{ mm}^2$$

$$\theta_B = \frac{P_d L^3}{48 EI}$$

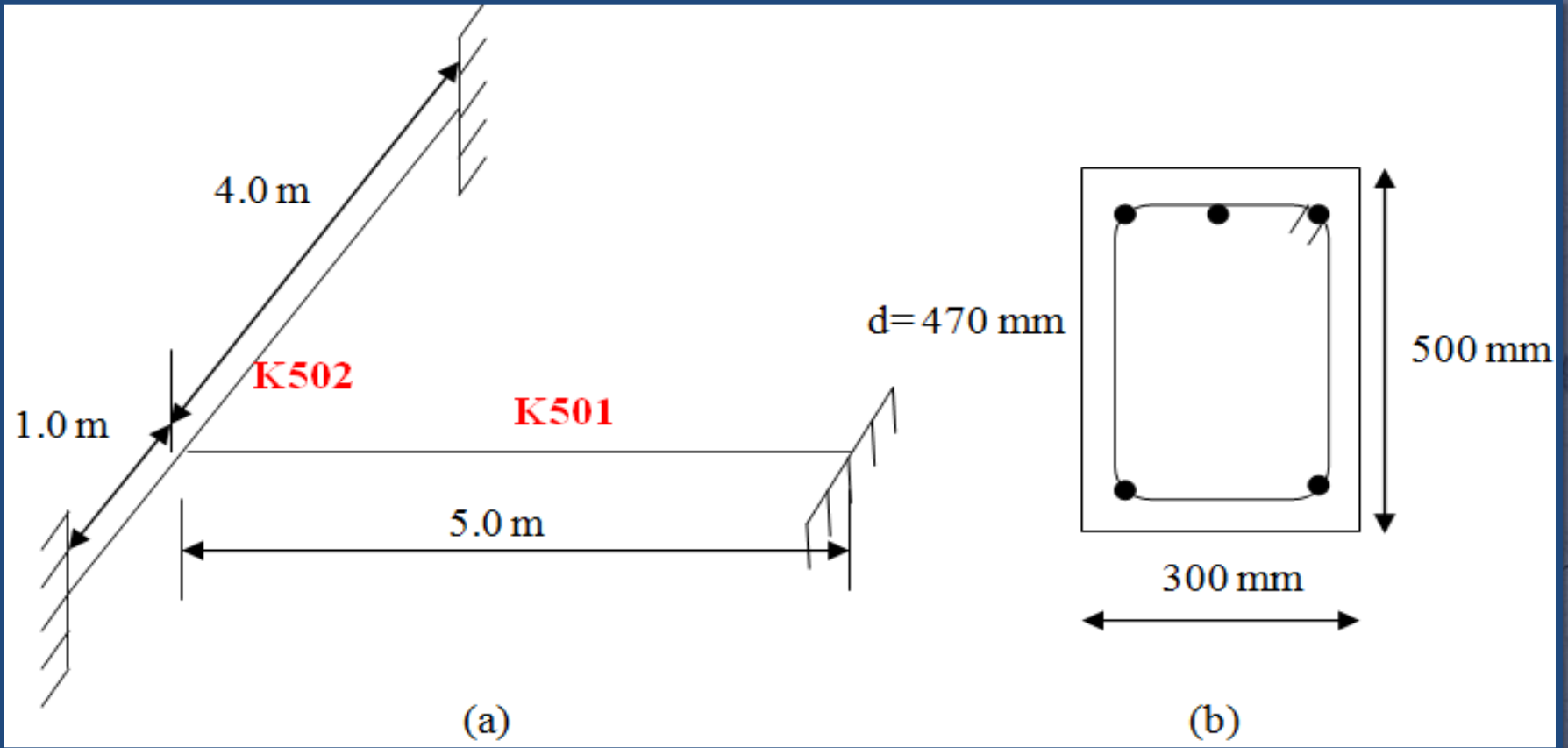
$$I_{K105} = 30 * (50)^3 / 12 = 3.125 * 10^5 \text{ cm}^4 \quad E = 2850 \text{ kN/cm}^2$$

$$EI = 89.06 * 10^7 \text{ kN cm}^2 \text{ olur.}$$

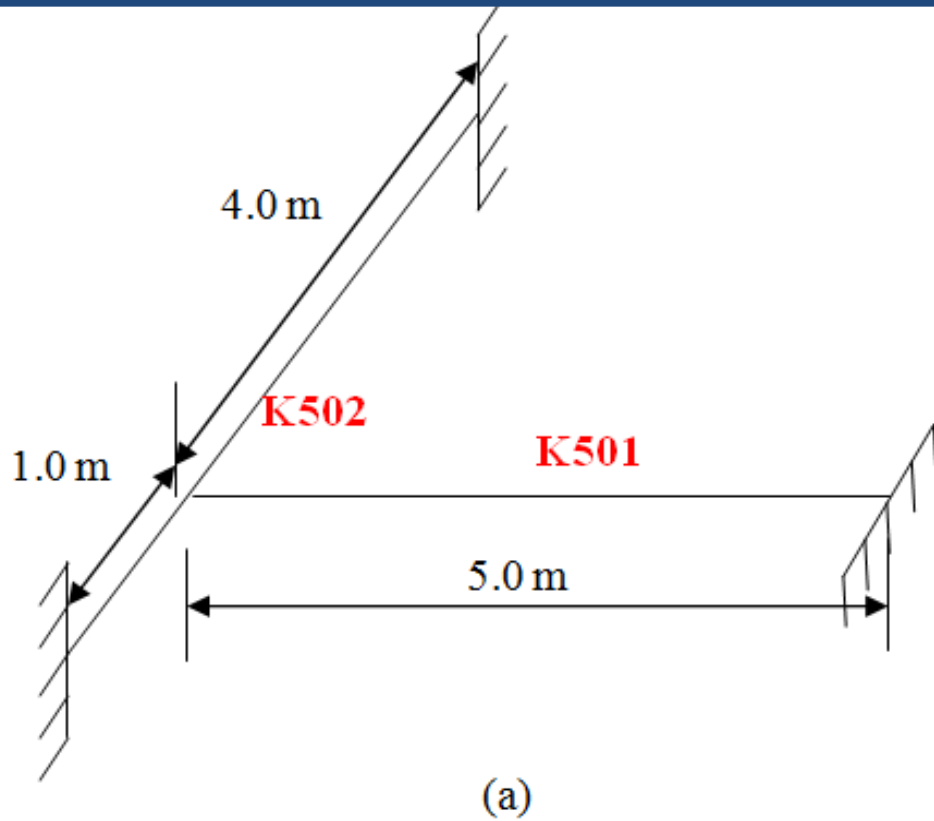
$$\theta_B = \frac{0.304 * (600)^3}{48 * 89.06 * 10^7} = 1.54 * 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\phi = \theta_B / 2 \text{ m} = 0.77 * 10^{-3} \text{ rad/m} < 10 * 10^{-3} \text{ rad/m}$$

## ÖRNEK 8.6



Şekil 8.6b'de görüldüğü gibi Şekil 8.6a'da ki yapı sistemine ait kiriş kesitleri dikdörtgendir ve net beton örtüsü (beton yüzünden etriyenin dışına), 15 mm'dir. Kirişler için gerekli boyuna donatıyı ve etriyeyi hesaplayınız. Donatıyı bir çizimle gösteriniz.

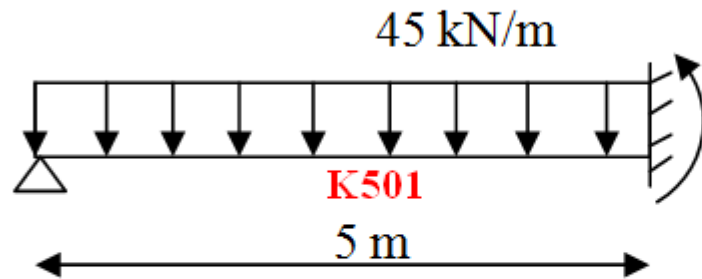


NOT: Şekil 8.6a'da kiriş uçlarındaki kolonların eğilme rijitlikleri çok yüksek olduğundan, bu noktalarda kirişler ankastre kabul edilmiştir.

Malzeme: C20, S420

Hesap Yükleri: K501,  $P_d = 45 \text{ kN/m}$ ;  
K502,  $P_d = 15 \text{ kN/m}$  (Kendi ağırlıkları dahil)

- Burulma türü uygunluk burulmasıdır.



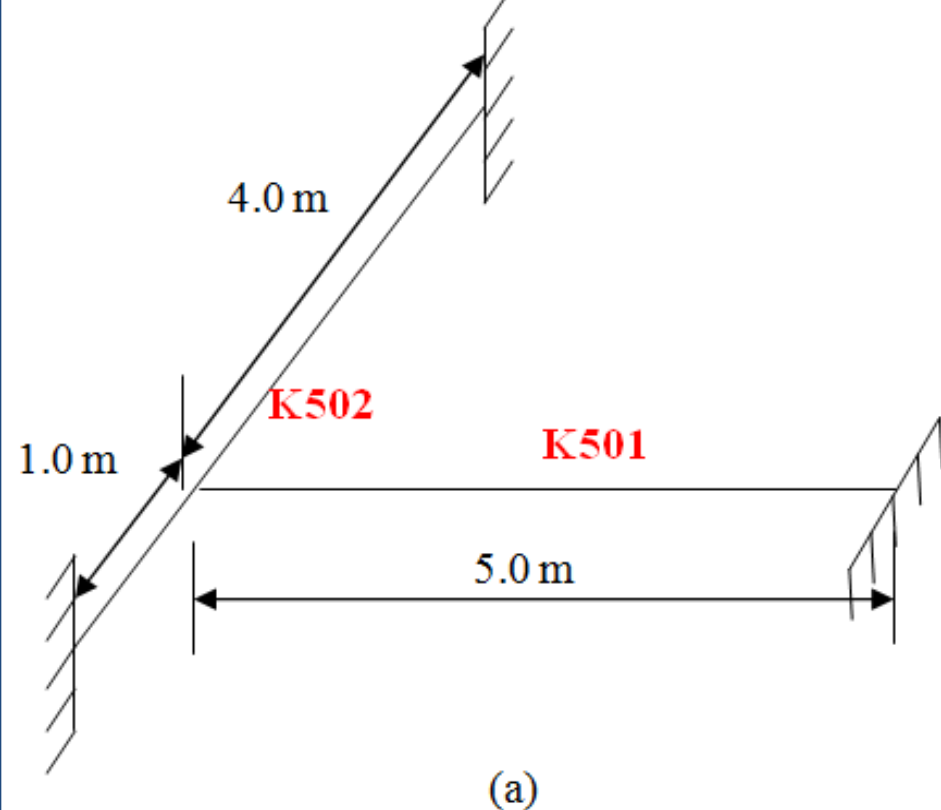
$$M = -\frac{P_d l^2}{8} = -\frac{45 * 5^2}{8} = 140.625 \text{ kNm}$$

$$\text{Mesnet yüzünde: } -M = 140.625 - \frac{140.625 * 0.30}{3} = 126.563 \text{ kNm}$$

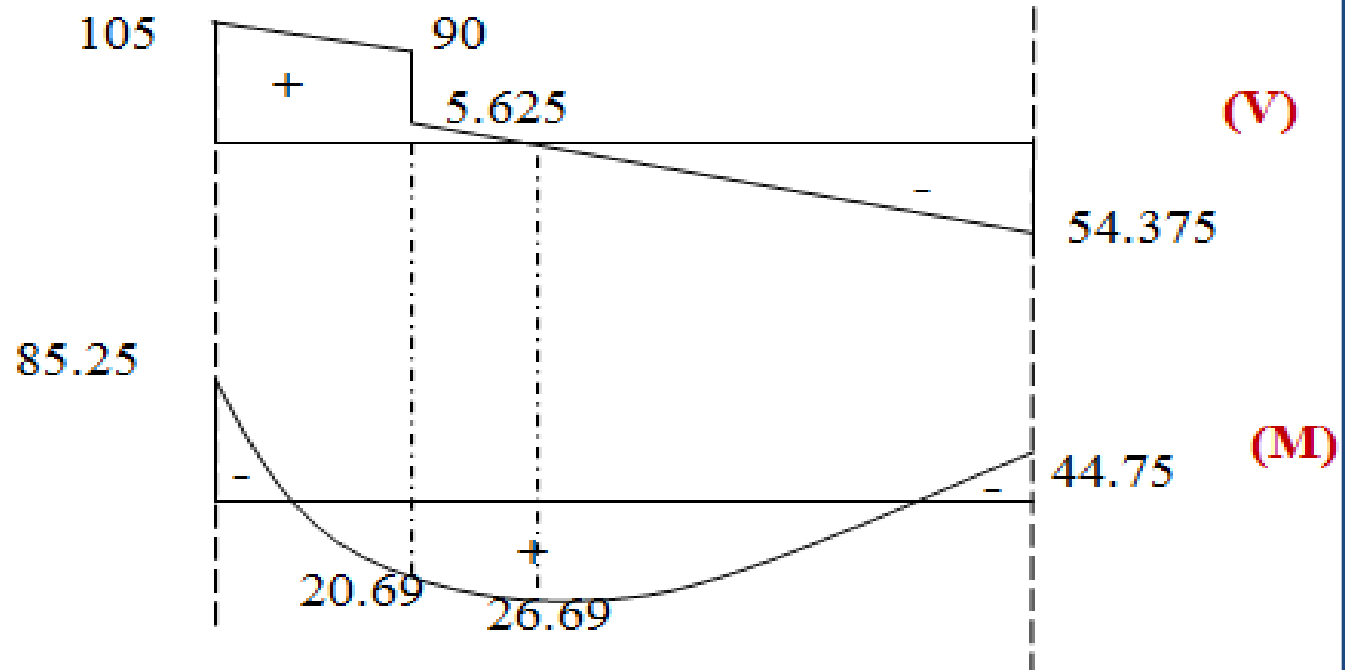
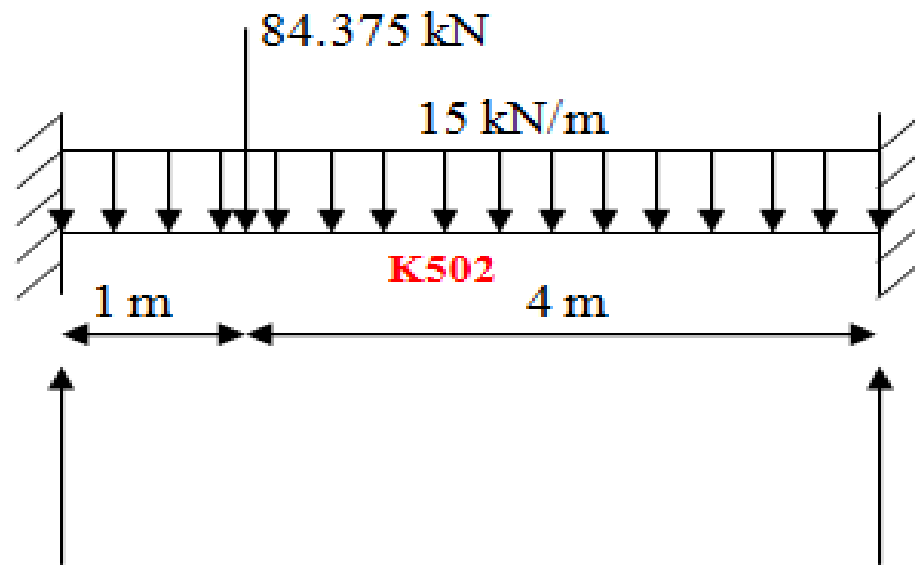
$$V_{\text{sag}} = -\frac{45 * 5}{2} + \frac{0 - 140.625}{5} = -140.625 \text{ kN}$$

$$V_{\text{sol}} = \frac{45 * 5}{2} + \frac{-112.5}{5} = 84.375 \text{ kN}$$

$$+M = 79.15 \text{ kNm (x=2.00 m)}$$

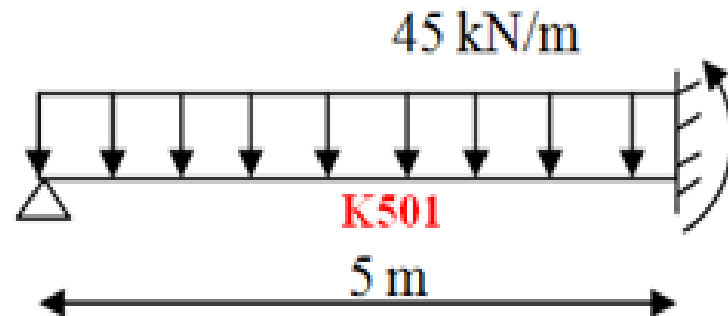


(a)



### K501

$$M_d = 79.15 \text{ kNm}$$



$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{ydj} d} = \frac{79.15 * 10^6}{365 * 0.86 * 470} = 536.5 \text{ mm}^2$$

$$-M_d = 126.653 \text{ kNm}$$

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{ydj} d} = \frac{126.653 * 10^6}{365 * 0.86 * 470} = 857.86 \text{ mm}^2$$

K502'ye saplandığı noktada;

$$-M = T_{cr} = f_{ctd} 1.35 S$$

$$S = \frac{1}{3} b_w^2 h = \frac{1}{3} * 30^2 * 50 = 15000 \text{ cm}^3$$

$$-M = 1 * 1.35 * 15000 * 10^{-3} = 20.25 \text{ kNm}$$

$$-A_s = \frac{M}{f_{yd} j d} = \frac{20.25 * 10^6}{365 * 0.86 * 470} = 137.260 \text{ mm}^2$$

$$V_d = 140.625 - \frac{45 * 0.30}{2} = 133.875 \text{ kN}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 0.65 * 1 * 300 * 470 * 10^{-3} = 91.65 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 * V_{cr} = 73.32 \text{ kN}$$

$$V_d > V_{cr}$$

$$\min \frac{A_{sw}}{s} = 0.3 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} b_w = 0.47$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d - V_c}{f_{ywd}(d)} = \frac{(133.875 - 73.32) * 10^3}{191 * 470} = 0.674 \text{ mm}^2/\text{mm} > 0.47$$

( $\phi 8/7$  cm kullanılır.)

### K502

$$+M_d = 26.69 \text{ kNm}$$

$$K_1 = \frac{4.95}{13} = 380 \text{ mm}^2/\text{kN} , \quad K = \frac{300 * 470^2}{26.69 * 10^6} = 2482 \text{ mm}^2/\text{kN} , \quad K > K_1$$

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{yd} j d} = 181 \text{ mm}^2$$

$$-M_d = 85.25 \text{ kNm}$$

$$K_1 = \frac{4.95}{13} = 380 \text{ mm}^2/\text{kN} , \quad K = \frac{300 * 470^2}{85.25 * 10^6} = 777 \text{ mm}^2/\text{kN} , \quad K > K_1$$

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd} j d} = 578 \text{ mm}^2$$

$$V_d = 105 - \frac{45 * 0.30}{2} = 98.25 \text{ kN}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 0.65 * 1 * 300 * 470 * 10^{-3} = 91.65 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.8 * V_{cr} = 73.32 \text{ kN}$$

$$T_d = T_{cr} = 20.25 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \min \frac{A_o}{s} &= 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left( 1 + 1.3 \frac{T_{cr}}{V_d b_w} \right) b_w \\ &= 0.15 \frac{1}{191} \left( 1 + 1.3 \frac{20.25 * 10^3}{98.25 * 300} \right) 300 = 0.44 \end{aligned}$$

Yalnız kesme için gerekli etriye alanı;

$$\frac{A_{os}}{s} = \frac{A_{sw}}{2s} = \frac{V_d - V_c}{2 f_{ywd} (d)} = \frac{(98.25 - 73.32) * 10^3}{2 * 191 * 470} = 0.14 < 0.44$$

$$\min \frac{A_o}{s} = 0.44 \quad \phi 8/11 \text{ cm}$$

$$U_e = 2(440 + 240) = 1360 \text{ mm}$$

$$A_e = 440 * 240 = 105600 \text{ mm}^2$$

$$\min A_{sl} = \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e} = \frac{20.25 * 10^6 * 1360}{2 * 365 * 105600} = 357.25 \text{ mm}^2$$

$$\theta = \frac{P_d L^3}{24 EI}$$

$$I_{K502} = 30 * (50)^3 / 12 = 3.125 * 10^5 \text{ cm}^4 \quad E = 2850 \text{ kN/cm}^2$$

$$EI = 89.06 * 10^7 \text{ kN cm}^2 \text{ olur.}$$

$$\theta_B = \frac{0.45 * (500)^3}{24 * 89.06 * 10^7} = 2.632 * 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\phi = \theta_B / 1 \text{ m} = 2.632 * 10^{-3} \text{ rad/m} < 10 * 10^{-3} \text{ rad/m}$$