

BURULMA ETKİSİ



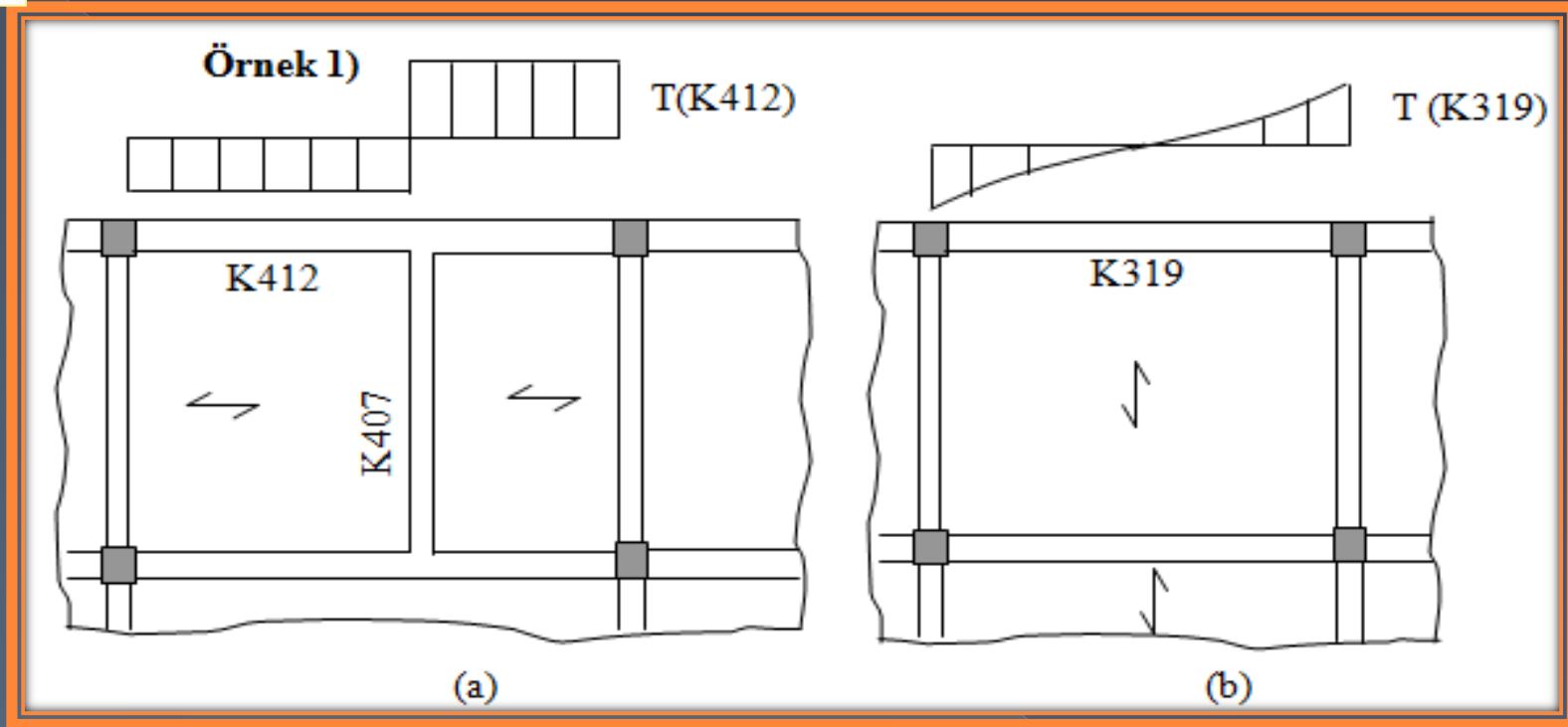
PROF. DR. CENGİZ DÜNDAR



Betonarme yapıların monolitik özelliği nedeni ile yapı elemanlarının büyük bir çoğunluğu, diğer etkilere ek olarak burulmaya maruzdur. Burulma momenti sistemin geometrisinden veya simetrik olmayan yük uygulamalarından da kaynaklanabilir. Pratikte tüm yapı elemanlarının burulma hesabının yapılması gerekmez, çünkü çoğu kez burulma momenti diğer etkilere oranla ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

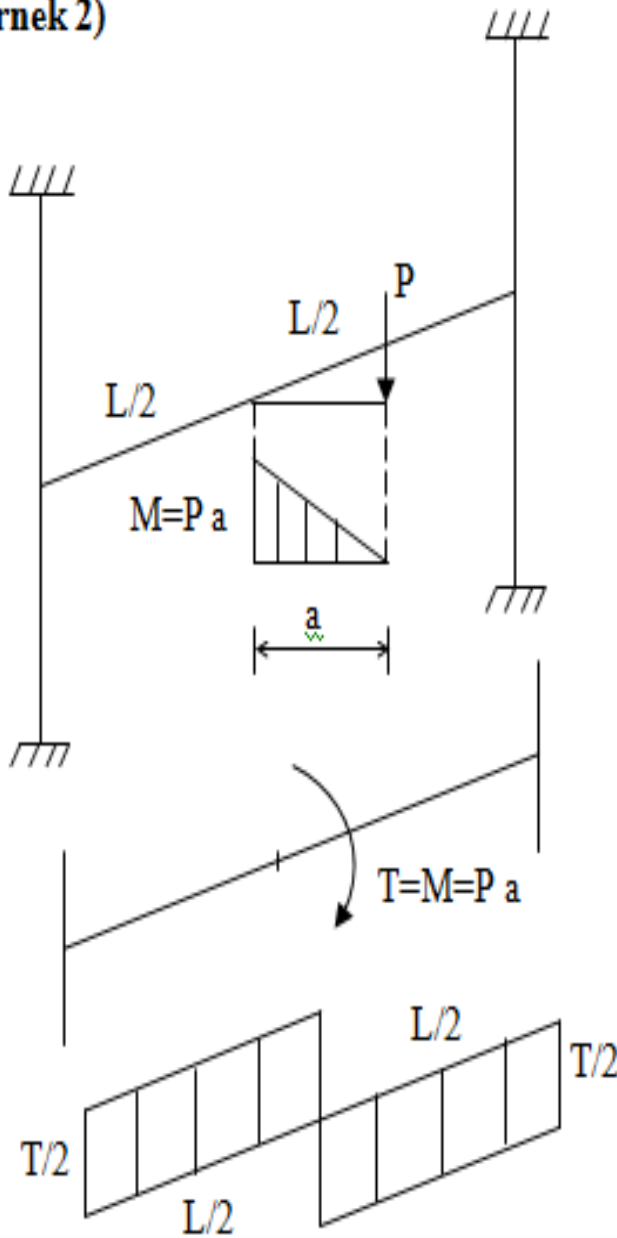
Hiperstatik bir sistemde yapı elemanına etkiyen burulma momentinin malzemenin doğrusal elastik davrandığı varsayımına göre hesabı, gerçekçi sonuçlar vermemektedir. Bunun nedeni çatlayan bir betonarme kirişin burulma rijitliği büyük ölçüde azaldığından, sistemde ihmal edilemeyecek kadar bir uyum oluşmakta ve bu aşamadan sonra elastisite teorisine dayanan yöntemlerle hesaplanan burulma momenti gerçek değerlerin çok üstüne çıkmaktadır.

Betonarme yapı elemanlarında burulma momentinin nasıl oluştuğunu göstermek için üç örnek verilmiştir.

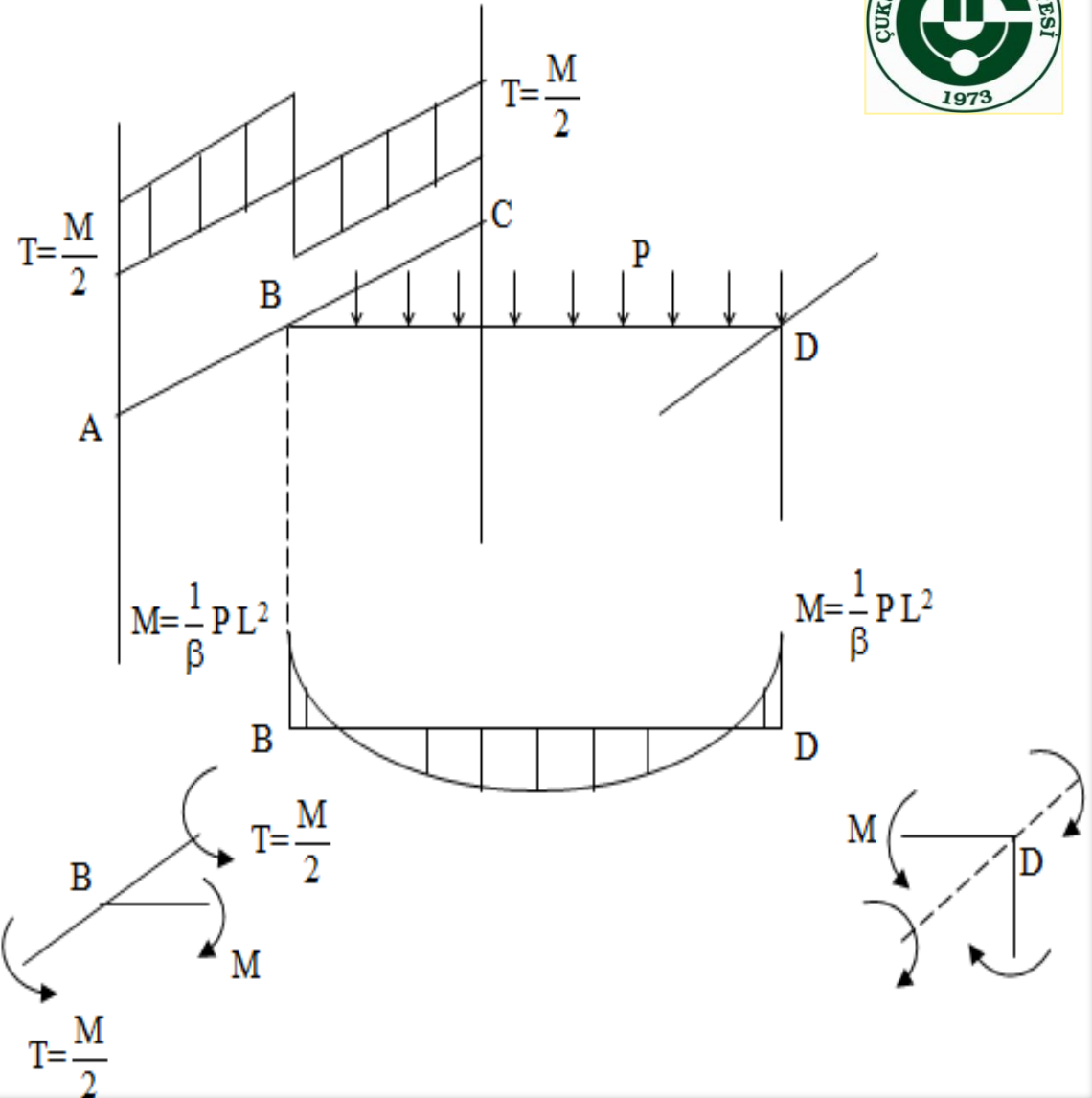


Burulma momentinin meydana gelişine örnek olarak şekilde verilen bir kirişli döşeme sistemi görülmektedir. Şekil (a) da K412 nolu kirişin iki ucundaki burulma momentlerinin toplamı, K407 kirişinin o kirişe saplandığı noktadaki eğilme momentine eşittir. Şekil (b) de kenar kirişte oluşan burulma momentleri döşemeden kaynaklanmaktadır.

Örnek 2)

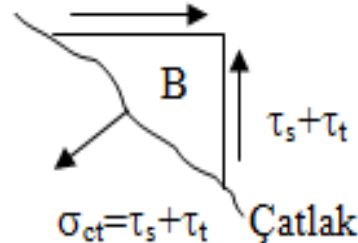


Örnek 3)





Burulma momenti elemanda kayma gerilmeleri oluşturur. Kesme nedeni ile oluşan kayma gerilmelerinden farklı olarak, bu gerilmeler elemanın karşılıklı iki yüzünde birbirlerine ters yöndedir. Bu nedenle eğilme ve burulmanın birlikte etkidiği durumlarda, kesme ve burulmadan oluşan kesme gerilmeleri, elemanın bir yüzünde aynı yönde iken, karşı yüzünde ters yöndedir. Dolayısı ile burulma momenti elemanın bir yüzünde bu kayma (kesmeden doğan) gerilmelerini, dolayısı ile asal çekme gerilmelerini arttırdığından eğik çatlak oluşmasına neden olur. Bu sebeplerden dolayı burulma konusu betonarmede büyük önem taşır.



Bu gün betonarmede yapılan burulma hesabı, büyük ölçüde son 20 yılda yapılan araştırma ve deney sonuçlarını temel alan analitik modellere dayanmaktadır.



Betonarme elemanların burulma hesabında başlıca iki aşama vardır.

a)Burulma momentinin hesaplanması

b)Kesitin taşıyabileceği burulma momentinin hesabı (taşıma gücü).

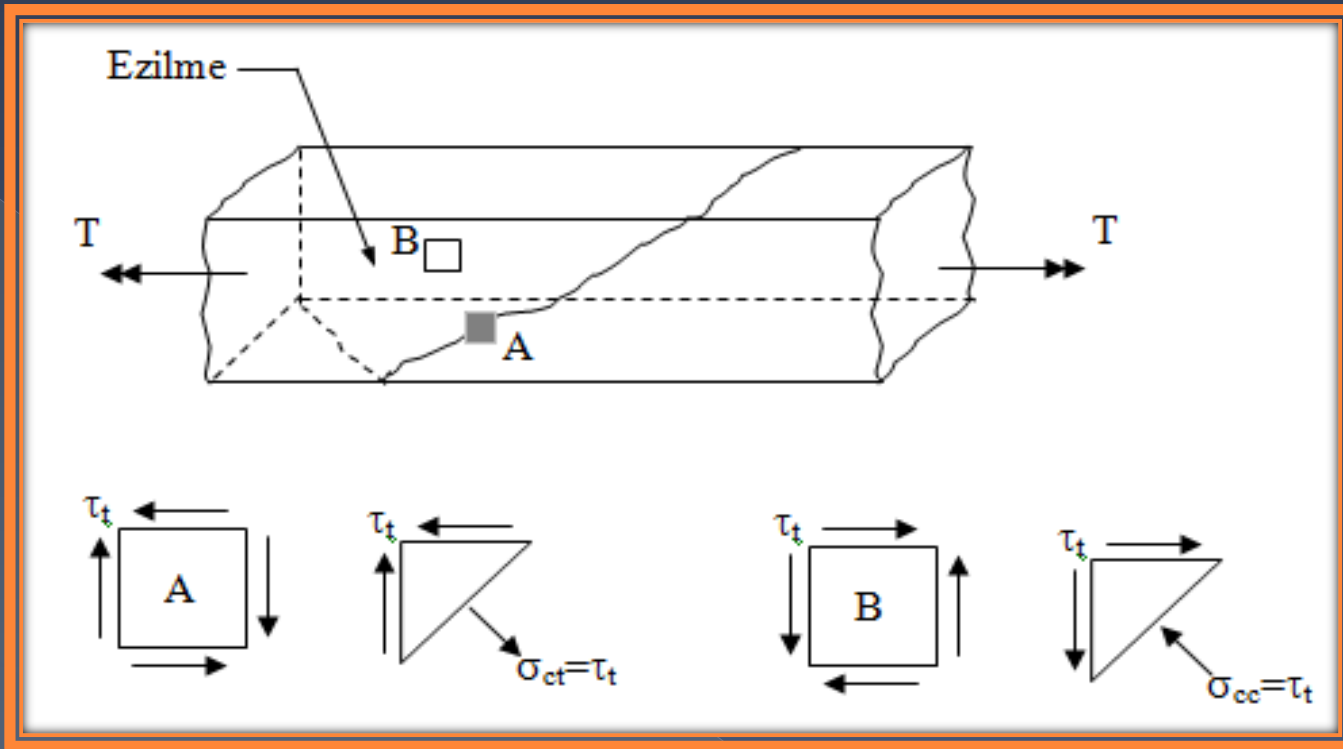
Eğilmeden farklı olarak burulma momentinin saptanmasında, çatlamayı ihmal eden doğrusal-elastik bir yöntem kullanmak çok yanıltıcı sonuçlar verebilir. Çünkü burulma çatlaması eğilme ve kesme çatlamasından farklı olarak rijitliği büyük ölçüde değiştirmekte ve oluşan uyum ihmal edilemeyecek boyutlara ulaşmaktadır. Bu nedenle burulma momenti hesaplanırken burulma çatlamasının etkisi hesaplara mutlaka katılmalıdır.



BASİT BURULMA

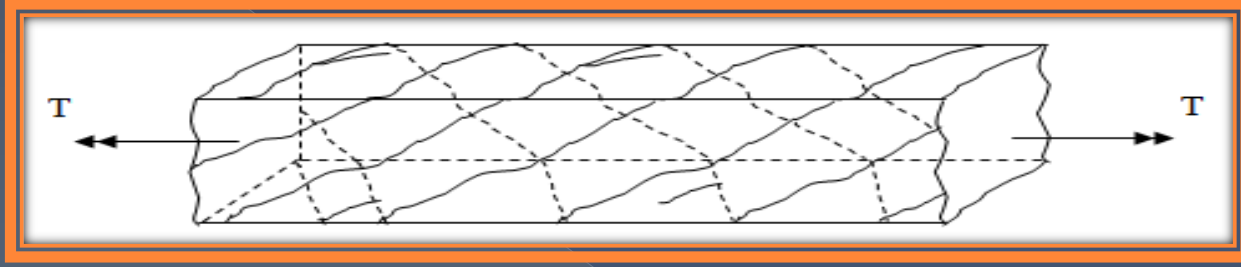
Basit burulmaya pratikte pek rastlanmaz. Ancak basit burulma tıpkı kolonlardaki eksenel yük durumunda olduğu gibi bir sınır durum oluşturduğundan, basit burulma altındaki davranışın bilinmesi zorunludur.

Dikdörtgen kesitli donatısız bir beton kiriş basit burulma altında deneye tabi tutulduğunda ilk çatlamanın oluşması ile son derece ani ve gevrek bir biçimde kırılır. Şekilde görüldüğü gibi çatlaklar kirişin üç yüzünde asal çekme gerilmelerine dik yönde oluşurken, dördüncü yüzde ezilme görülmektedir.



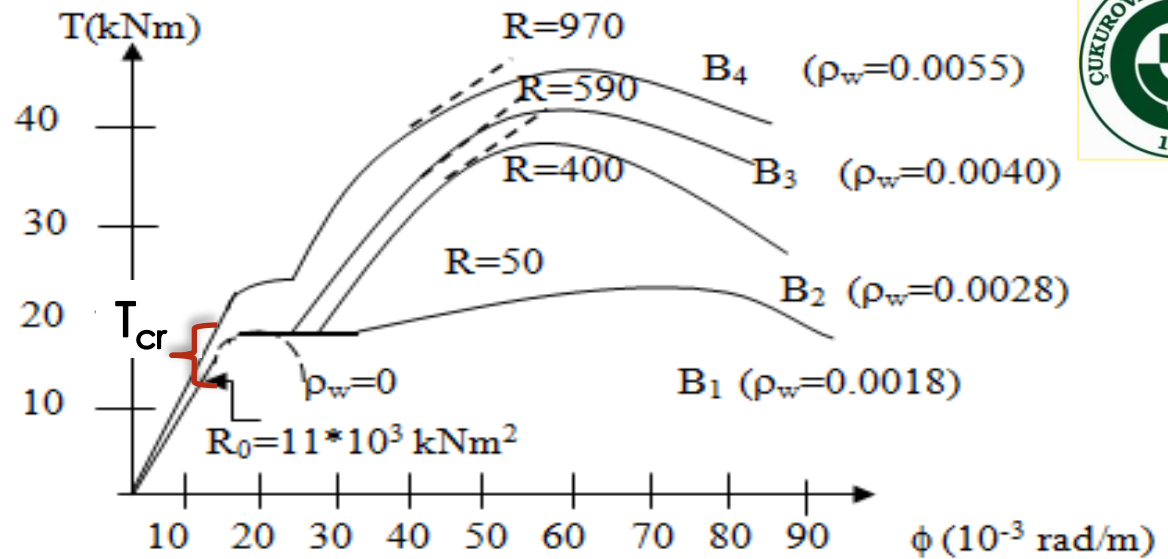
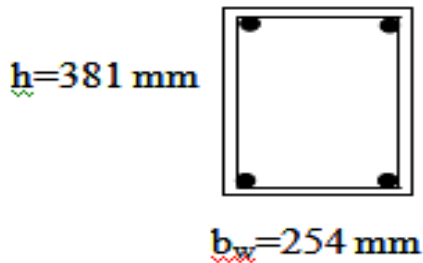
Yapılan deneyler kirişe yerleştirilen boyuna donatının yukarıdaki davranışı değiştirmede, ancak boyuna donatı ile etriye birlikte kullanıldığında davranış değişmekte ve kiriş ilk çatlakların oluşması ile kırılmamaktadır. Bu durumda asal çekme gerilmelerine dik yönde çok sayıda çatlak oluşmaktadır.

Etriye ve boyuna donatının varlığı taşıma gücünü de büyük ölçüde arttırmaktadır. Boyuna donatı kullanılmadan salt etriye ile donatılmış kirişler de tıpkı donatısız kirişler gibi davranmaktadır. Bu bulgu, etriyenin tek başına etkili olmadığını, burulma için mutlaka boyuna donatıya ihtiyaç olduğunu göstermektedir.



Basit burulma etkisindeki betonarme elemanların deformasyon özelliklerini saptamayı amaçlayan bir deney dizisinden elde edilen burulma momenti-birim dönme açısı ilişkileri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Dr. Hsu tarafından gerçekleştirilen bu deneylerde, burulma donatısı dışında kirişlerin tüm özelliklerinin özdeş olmasına çaba gösterilmiştir. Dizideki kirişlerde değişik etriye oranları kullanılmış ve yaklaşık olarak etriyeye eşit hacimde boyuna donatı bulundurulmuştur.

PCA Deneyleri (1968)



Görüldüğü gibi, burulma çatlamasını belirleyen T_{cr} düzeyine kadar davranış doğrusaldır. Eğrinin bu doğrusal bölümü tüm deney elemanları için özdeş olduğundan, burulma çatlaması öncesindeki burulma rijitliğinin donatıdan bağımsız olduğu sonucuna kolayca varılabilir. Yapılan başka deneyler, bu eğimin kesme kuvveti ve eğilme momentinden de fazla etkilenmediğini, T - ϕ eğrisinin çatlamaya kadar doğrusal kalan bu parçasının eğiminin (burulma rijitliği), elastisite teorisine göre hesaplanabileceğini göstermiştir.

$$R_o = \frac{T}{\phi} = G_c \sum \beta_i X_i^3 Y_i$$

G_c : Betonun kayma modülü

$$G_c \approx 0,4 E_c$$

X_i, Y_i : Dikdörtgen kesitin kısa ve uzun kenarı.

β_i : $\frac{Y_i}{X_i}$ oranına bağlı katsayı. Betonarmede β_i ,yaklaşık olarak 1/3 alınabilir.



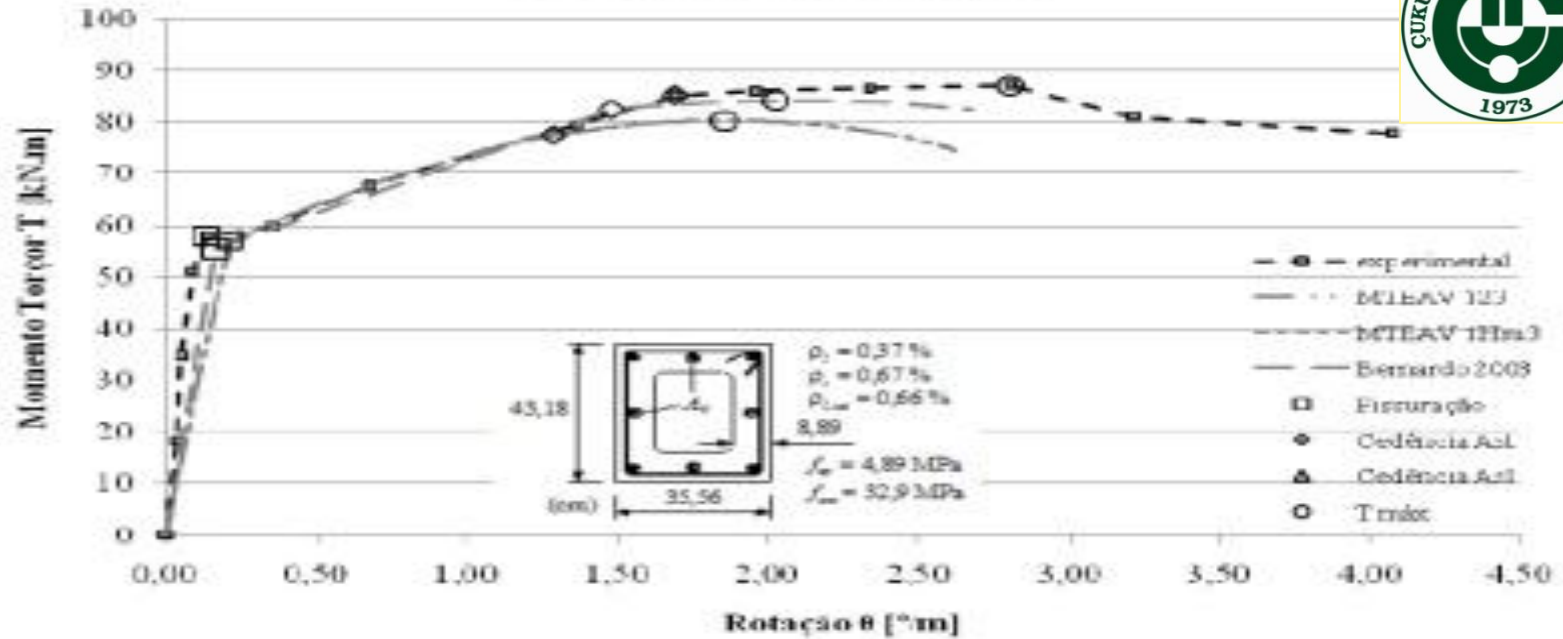
Deneylerde yapılan ölçümler burulma çatlaması oluşuncaya kadar etriye ve boyuna donatıdaki birim deformasyonların ihmal edilebilecek kadar küçük kaldığını göstermektedir. Bu deneylerde, burulma çatlamasının oluşması ile donatıdaki birim deformasyonların hızla arttığı, dolayısıyla donatının etkili olmaya başladığı gözlenmektedir. Burulma çatlamasının oluşması ile $T-\phi$ eğrisinin eğimi (burulma rijitliği) önemli ölçüde azalmaktadır.

Şekilde “R” olarak gösterilen çatlak sonrası eğim, burulma donatısı oranına bağlı olarak değişmektedir.

Çatlak öncesi burulma rijitliği 11000 kN m^2 iken, çatlama sonucu bu rijitlik, donatı oranına bağlı olarak 50 ile 970 kN m^2 arasında değişmektedir. Başka bir deyişle, çatlamış elemanın burulma rijitliği, çatlak öncesi rijitliğinin $1/10$ ile $1/30$ 'u arasında değişmektedir.

Geçen yüzyılın ortalarına kadar burulma etkisindeki betonarme elemanlarda oluşan kesme gerilmeleri, elastisite teorisine göre hesaplanmaktaydı. Dr. Hsu tarafından gerçekleştirilen deneylerde yapılan ölçümler, bu gerilme dağılımının gerçekte bağdaşmadığını göstermektedir. Şekilden görüleceği gibi gerilmeler elastisite teorisinden elde edilen dağılıma uymamakta, uzun ve kısa kenarlar boyunca sabit kalmaktadır. Kesitte kesme gerilmelerinin sabit kalması, burulma etkisindeki betonarme elemanlar için elastisite teorisi yerine plastisite teorisinin daha iyi sonuç verebileceğini göstermektedir.

P2 - Mitchell e Collins (1974)

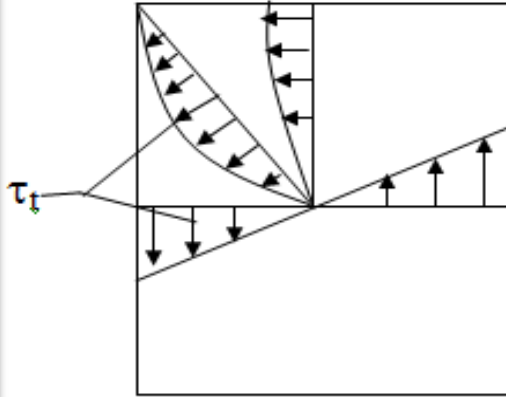






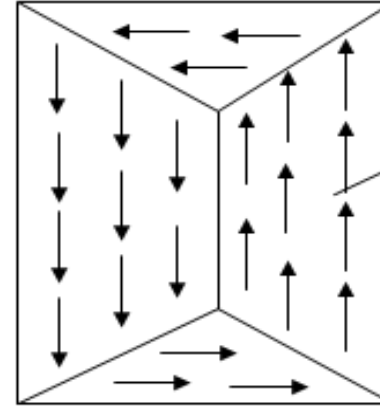
Basit burulmaya maruz bir kirişte gerilme dağılımı:

Elastik Teori



Max. gerilme kısa kenarın ortasında oluşur, köşelerde gerilme sıfırdır.

Plastik Teori



Şekil değiştirmeler veya gerilmeler her bir kenar boyunca sabittir.





TAŞIMA GÜCÜ

Burulma etkisindeki elemanlar için elastisite teorisi geçerli değildir. Çünkü kesitteki gerilmelerin sabit kalması plastisite teorisinin daha iyi sonuç verebileceğini göstermektedir. Yapılan deneyler sonucu plastisite teorisi kullanıldığında kesit kapasitesinin daha gerçekçi olarak saptanabileceği anlaşılmıştır.

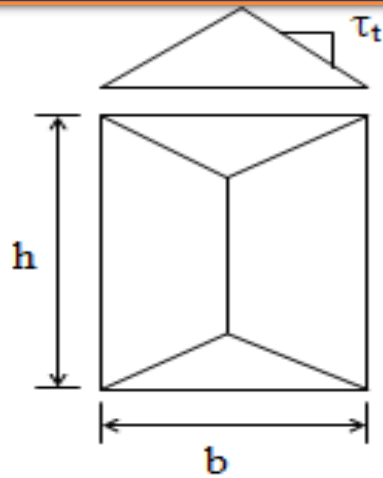
Plastisite teorisine göre burulma için çıkarılacak denklemleri Kum Yığını Analojisinden elde etmek en kolay yoldur.

PLASTİK TEORİ-KUM YIĞINI ANALOJISI (SAND HEAP ANALOGY):

Bu analogi yaygın olarak dikdörtgen ve tablalı kesitler için kullanılmaktadır.

Uygulanan burulma = $2 * (\text{Kum yığını hacmi})$

Kum yığını eğimi = Sabit = τ_f



$$T = 2 * (\text{Hacim}) * \tau_t$$

$$2 * \text{Hacim} = 2 \left(\frac{1}{2} b \frac{b}{2} h - \frac{1}{2} \frac{b}{2} \frac{b}{2} b \right)$$

$$T = \frac{1}{2} b^2 \left(h - \frac{b}{3} \right) \tau_t$$

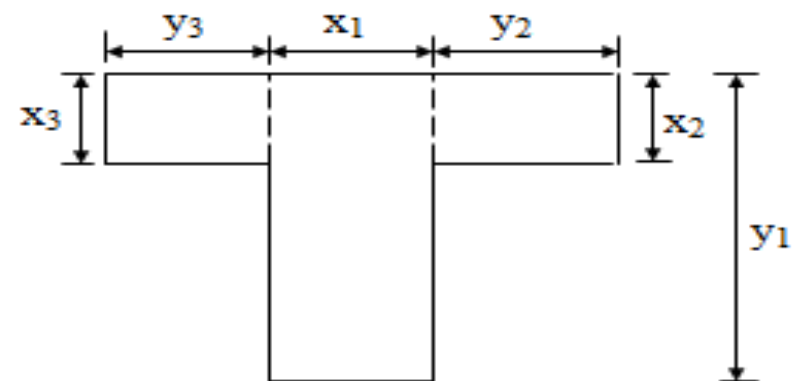
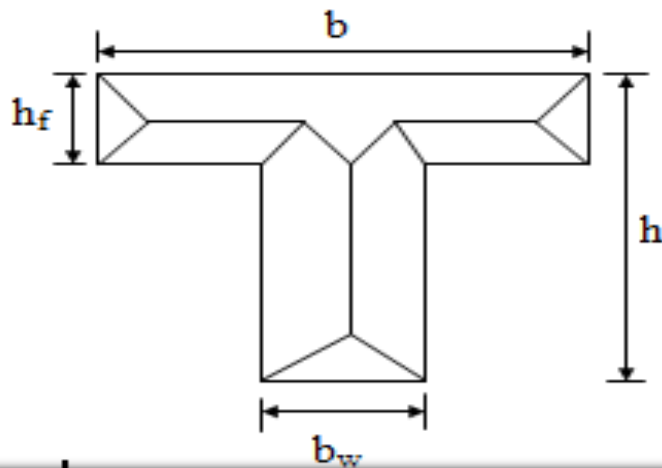
Tablalı kesitler dikdörtgen elemanlara ayrılır.

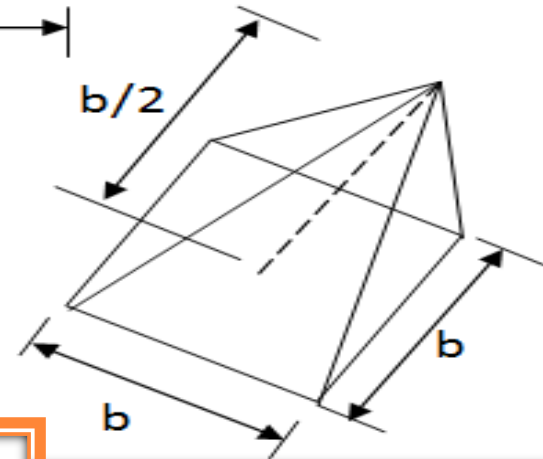
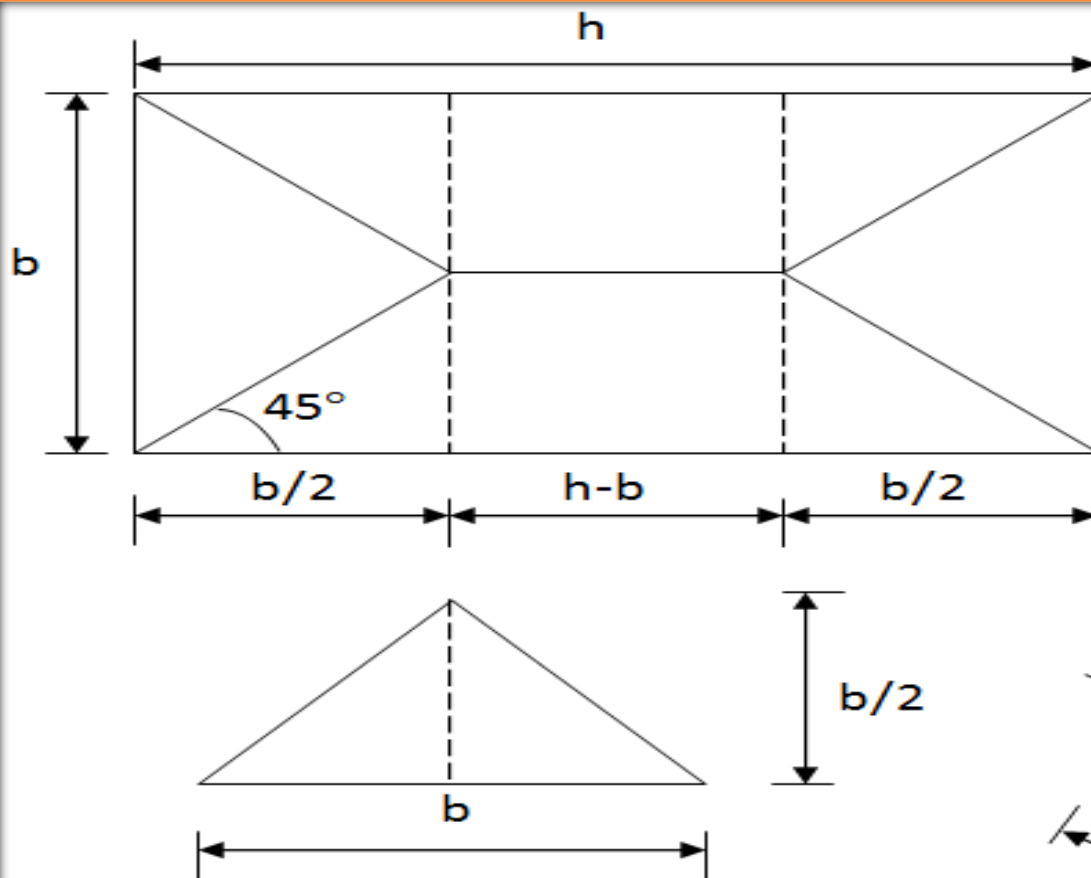
Yaklaşık olarak:

$$T = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left(y_i - \frac{x_i}{3} \right) \tau_t$$

x_i : Kısa kenar

y_i : Uzun kenar

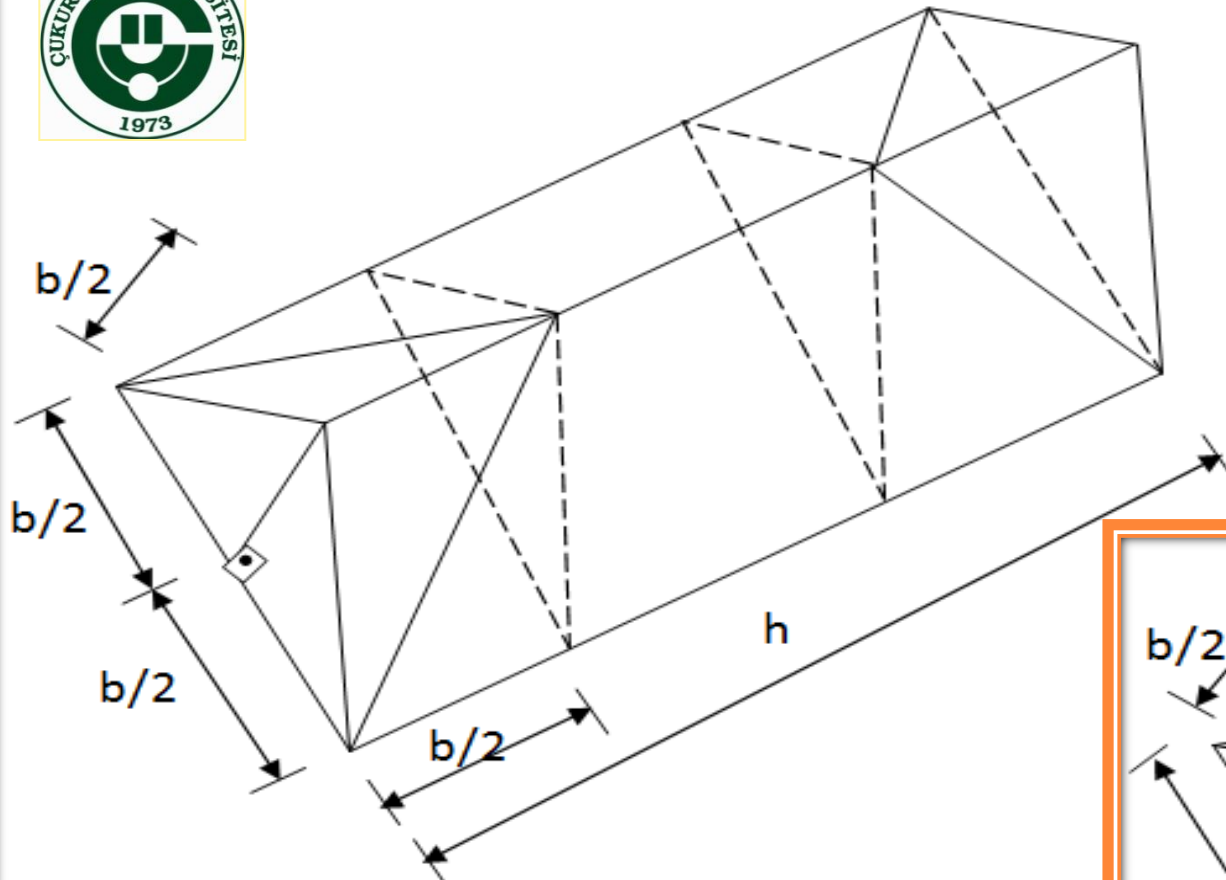




$$2 \left(\frac{1}{2} b \frac{b}{2} (h - b) + b b \frac{1}{3} \left(\frac{b}{2} \right) \right)$$

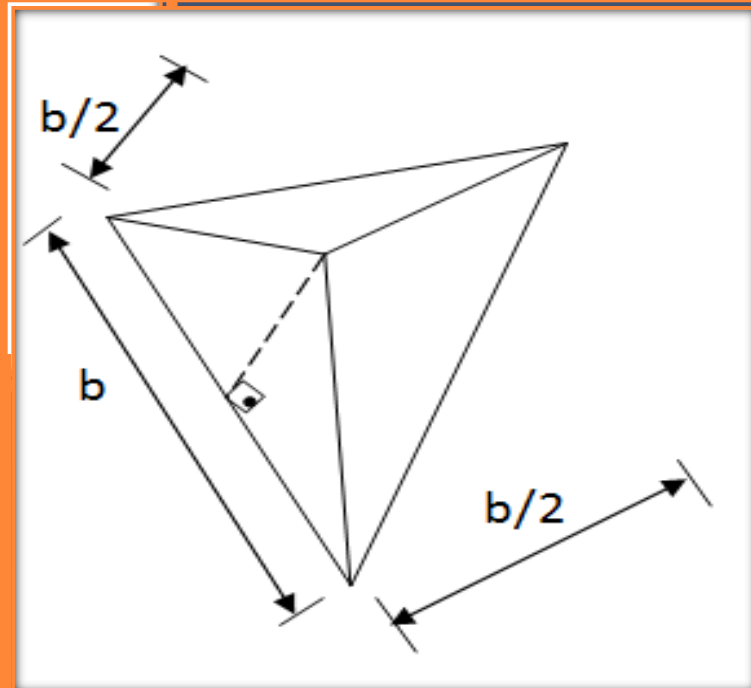
$$\frac{1}{2} b^2 h - \frac{b^3}{2} + \frac{b^3}{3} = \frac{1}{2} b^2 h - \frac{1}{2} \frac{b^3}{3}$$

$$= \frac{1}{2} b^2 \left(h - \frac{b}{3} \right)$$



$$2 \left(\frac{1}{2} b \frac{b}{2} h - 2 \frac{1}{2} b \frac{b}{2} \frac{1}{3} \frac{b}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2} b^2 h - \frac{1}{2} \frac{b^3}{3} = \frac{1}{2} b^2 \left(h - \frac{b}{3} \right)$$



BETONARMEDE BURULMA HESABI

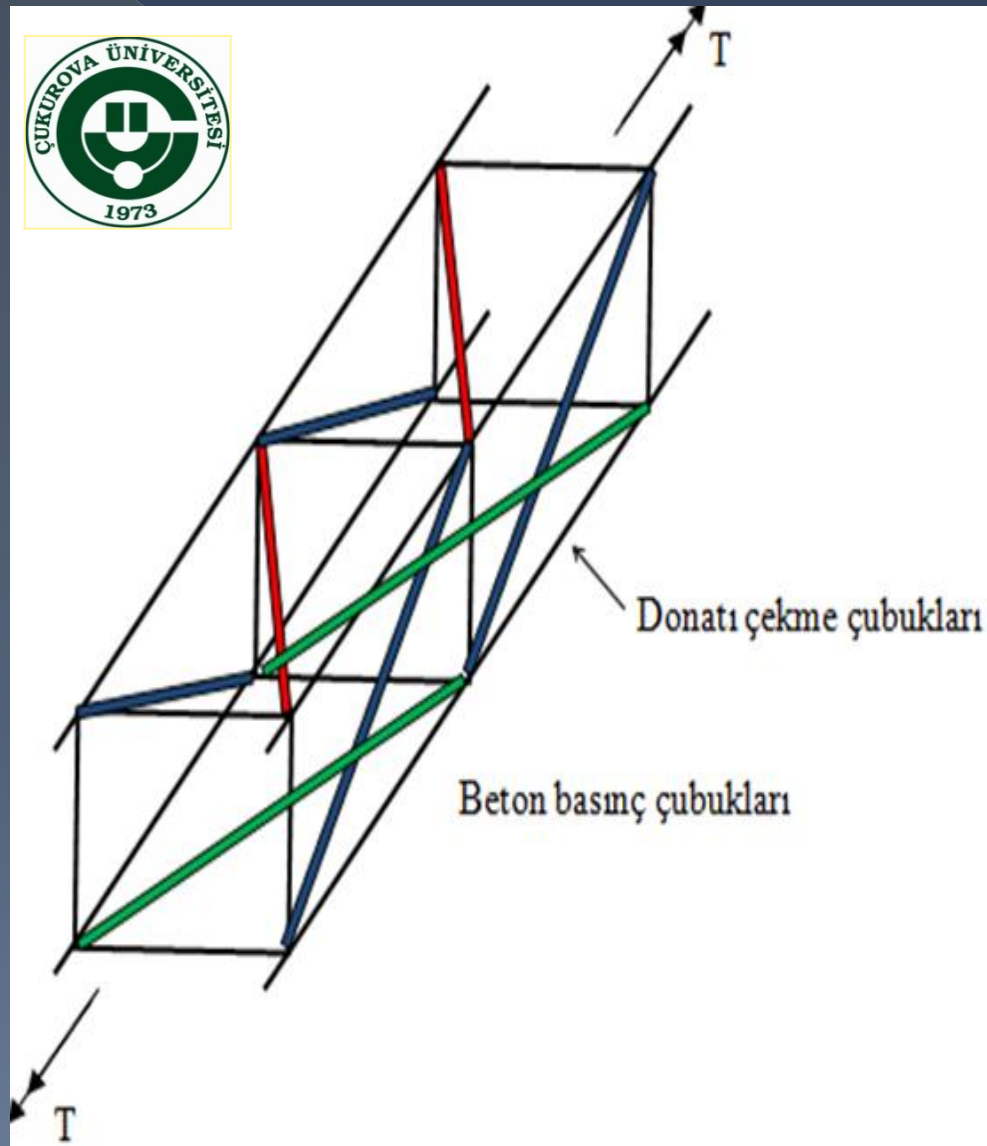
Çatlama Burulması:

Plastisite teorisinin geçerli olduğu varsayılırsa, çatlamaya neden olan burulma momenti T_{cr} , kayma gerilmesi (τ_t) yerine betonun çekme dayanımı konularak elde edilebilir.

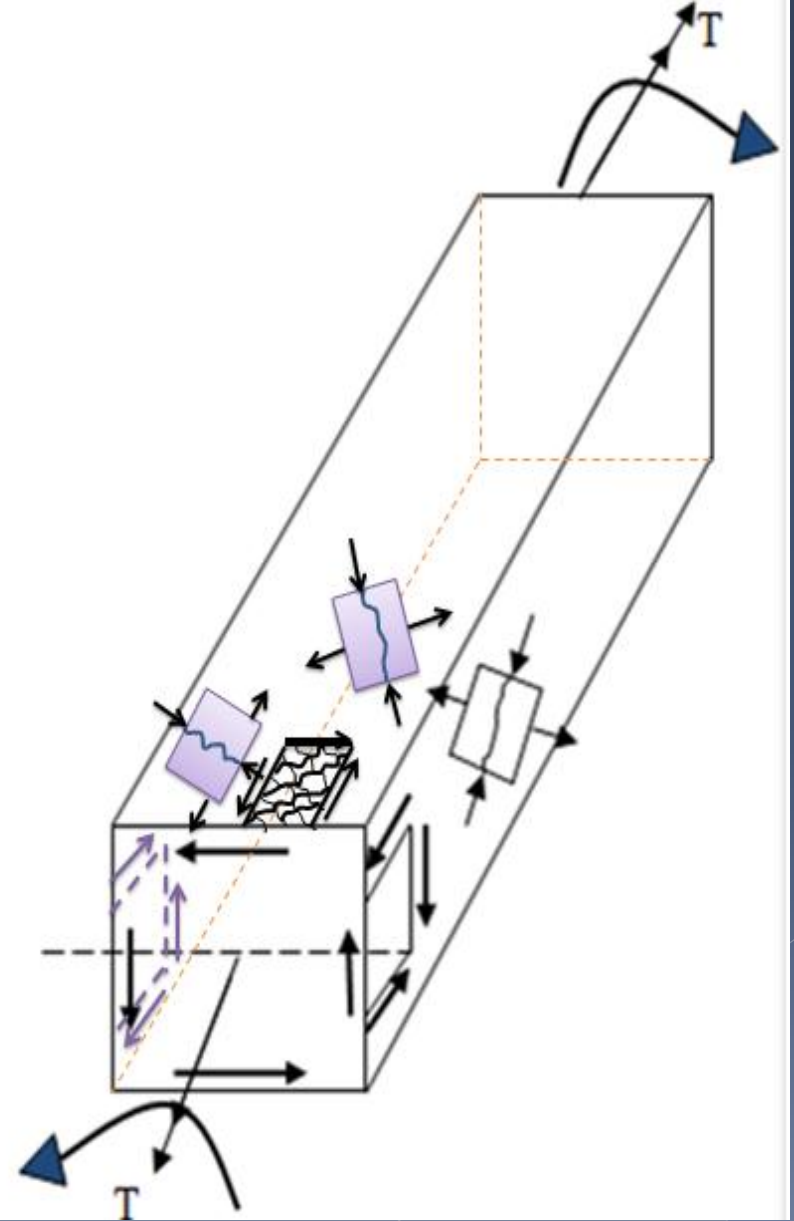
$$T_{cr} = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left(y_i - \frac{x_i}{3} \right) f_{ctk} \text{ (Hesaplarda } f_{ctk} \text{ yerine } f_{ctd} \text{ alınmalıdır)}$$

Boyuna ve enine donatısı bulunan bir betonarme elemanın kapasitesini saptamak için birçok model önerilmiştir. Bunlardan ilki, 1929 yılında Rausch tarafından geliştirilen “Uzay Kafes Kiriş” modelidir. Bu modelde, kesme için önerilen modele benzer bir biçimde donatı çekme elemanlarını, asal basınç yönündeki beton ise, basınç elemanlarını oluşturmaktadır.

“Uzay Kafes Kiriş Modeli”



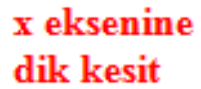
Uzay Kafes Kiriş Analojisi



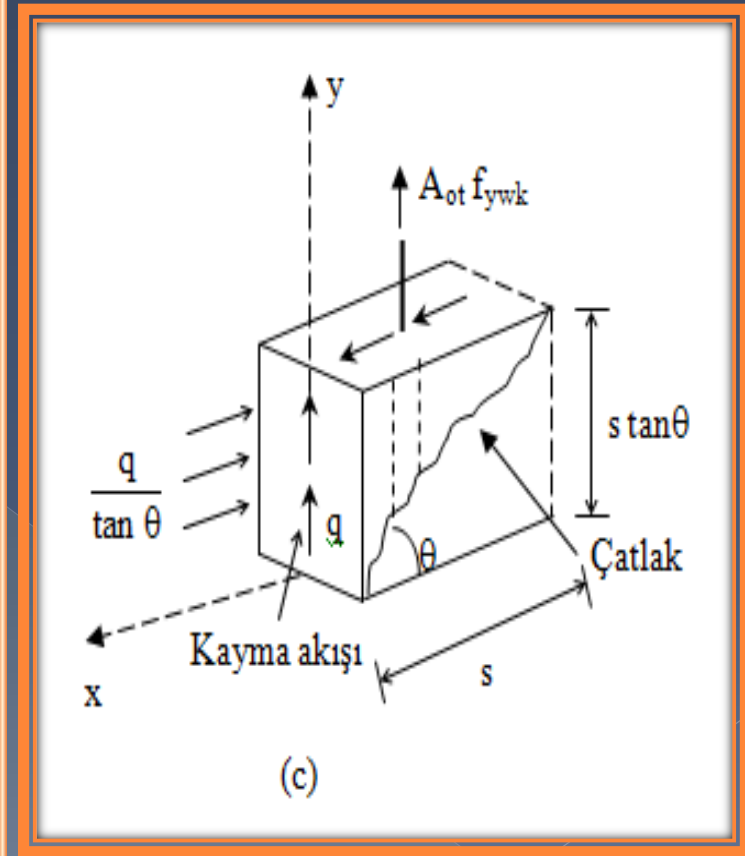
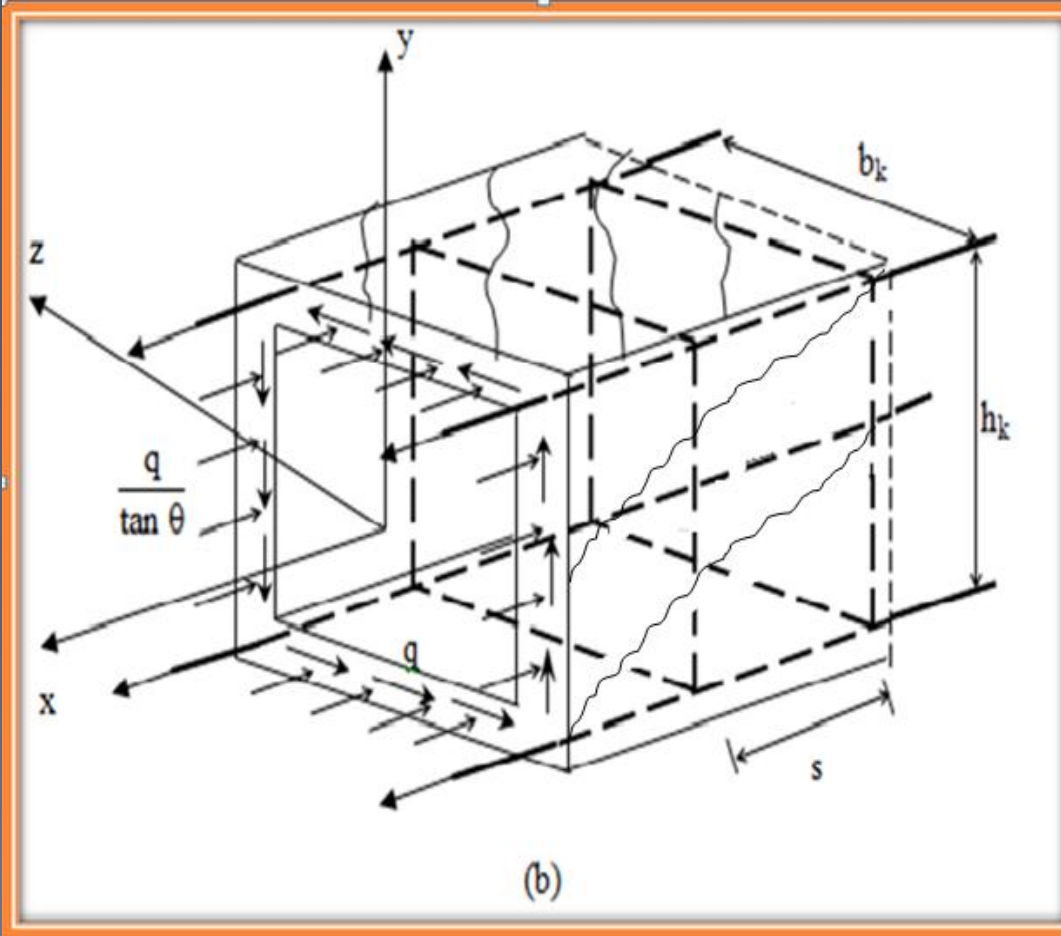


Basit burulma altındaki bir kesitin iç liflerinde gerilmeler düşük ve moment kolları da küçük olduğundan, bu liflerin burulma dayanımına katkıları azdır.

Bu nedenle iç liflerin etkisi ihmal edilerek, dolu kesit, ince duvarlı eşdeğer bir kutu kesite dönüştürülmektedir.



Kesit x eksenine dik olacak şekilde kesilir, kolay anlaşılabilmesi için kesit, dolu kesit yerine tüp kesit olarak modellenmiştir. Zira içteki liflerin burulma kapasitesine fazla bir katkısı olmamaktadır.



Eğik basınç çubuklarının eksene dik alınan bir kesite paralel olan bileşkesi, birim boya düşen kesme kuvveti q 'ya eşit olacaktır.

Uzay kafes kiriş modelinden, etriye ve boyuna donatı için aşağıdaki bağıntılar elde edilmektedir.

* Basınç çubukları (A ve B), iki çatlak arası olup serbest cisim diyagramları çizilmiştir (Şekil (a)).

* Çatlak yüzeylerinde gerilme transferi olmadığı kabul edilmiştir.

* Basınç çubuğunda sadece çevrenin birim uzunluğu boyunca etki eden ΔC aksenal kuvveti vardır.

* ΔC nin iki bileşeni (teğetsel ve x-y düzlemine dik) :

Teğetsel bileşen (tangential component) = $q / \tan \theta$

q : Kayma akımı

$\tan \theta$: Çatlağın eğimi



* Şekil (c) de (s) uzunluğundaki eleman göz önüne alınıyor.

s: Etriye adımı.

Şekilde kesitin çevresi boyunca etki eden beton basınç kuvvetinin teğetsel ve normal bileşenleri gösterilmiştir.

* Kayma akımın teğetsel bileşeni kesit çevresi boyunca sabit kabul edilmektedir (Bu kabul deneysel bulgularla uyum içindedir).

* Tüp tarafından taşınan burulma, kayma akımın fonksiyonu cinsinden BREDT denklemi kullanılarak ifade edilebilmektedir.

BURULMA

$$T_r = 2(A_e)q \quad \text{BREDT denklemini}$$

$$A_{sl}(\sigma_s) = \frac{q}{\tan \theta} U_e \quad (\sigma_s = f_{yd}) \quad \text{Şekil(a)-Dengesi}$$

$$q = \frac{T_r}{2 A_e} \quad U_e = 2(b_k + h_k)$$

$$A_{sl} = \frac{T_r (U_e)}{2 A_e f_{yd}} \frac{1}{\tan \theta}$$

$$T_r = \frac{A_{sl} (2 A_e) f_{yd}}{U_e} \tan \theta \quad (1)$$

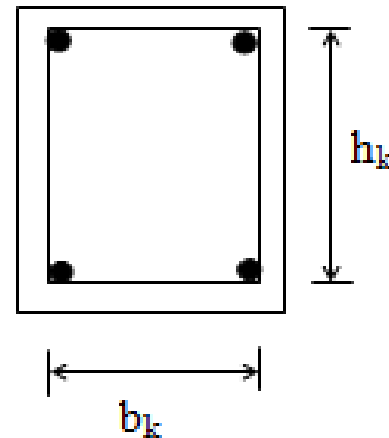
A_{sl} : Kesitteki boyuna burulma donatısı toplam kesit alanı.

σ_s : Boyuna donatıdaki gerilme.

q : Kayma akımı

θ : Diagonal çatlak açısı.

U_e : A_e alanının çevresi.



$$A_e = b_k h_k$$



$q(s) \tan \theta = A_{ot}(f_{ywd})$ Şekil(c)-Dengesi



$$q = \frac{T_r}{2 A_e} \quad ; \quad \frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_r}{2 A_e f_{ywd}} \tan \theta$$

$$T_r = \left(\frac{A_{ot}}{s} \right) (2 A_e f_{ywd}) \frac{1}{\tan \theta} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinin eşitliğinden;

$$T_r = T_r \text{ ve } \tan \theta = 1 \quad (\theta = 45^\circ)$$

$$A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} U_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}}$$

A_{ot} : Kesitteki burulma etriye alanı

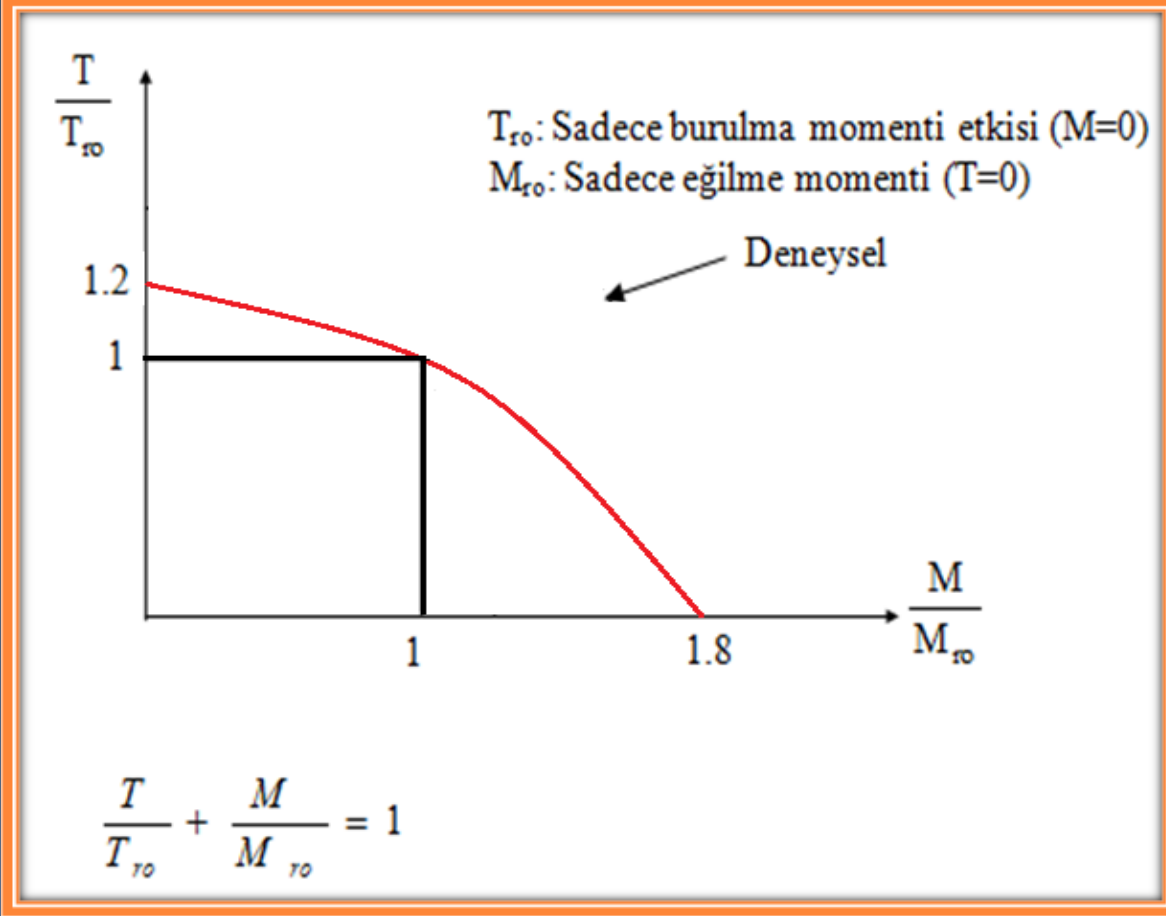
f_{ywd} : Etriye çeliğinin akma hesap dayanımı.



Burulma ve Eğilme Momentinin Elemana Birlikte Etkimesi Hali

Burulmaya ek olarak eğilmenin de etkidiği durumlarda sorun basit burulmaya oranla daha karmaşık olmaktadır. Bu karmaşık sorun için oldukça basit bir çözüm önerilebilir.

Burulma ve eğilme için ayrı ve bağımsız hesap yapılır ve her iki hesap sonucunda bulunan donatılar toplanarak kesite yerleştirilir. Böylelikle güvenli yönde kalınmış olmak suretiyle burulma ve eğilme etkileşimi ihmal edilmiş olmaktadır.



Şekilde donatısı eğilme ve burulma için ayrı ayrı, bağımsız olarak hesaplanmış deney kirişlerinde gözlenen etkileşim, kırmızı çizgi ile gösterilmiştir. T ve M uygulanan burulma ve eğilme momentlerini, T_{ro} ve M_{ro} taşıma gücü

(basit burulma ve eğilme) momentlerini göstermektedir. Sürekli çizgi ile gösterilen karesel etkileşim diyagramı deneysel eğrinin içinde kalmaktadır.



- * Eğilme momenti için boyuna donatı hesaplanır. (A_s)
- * Burulma momenti için boyuna donatı hesaplanır. (A_{sl})
- * A_{sl} : Kesite ek olarak tümü ile yerleştirilir.
- * T ve M birbirinden bağımsız alınır.

Burulma, Eğilme ve Kesme Hali

Bu durum çok yaygın karşılaşılan bir durumdur. Bu nedenle burulmanın kesme ve eğilme ile birlikte ele alınması en gerçekçi çözüm olacaktır.

a) Gövde donatısız olması durumu:

Kesme kuvvetinin yanı sıra burulma momentinin de bulunduğu durumlarda eğik çatlama sınırı yandaki bağıntı ile belirlenir.

$$\left(\frac{T_d}{T_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{cr}}\right)^2 = 1$$

$$T_{cr} = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left(y_i - \frac{x_i}{3}\right) f_{ctd}$$

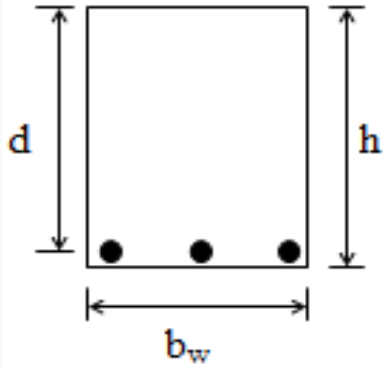
$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d$$

TS500'de

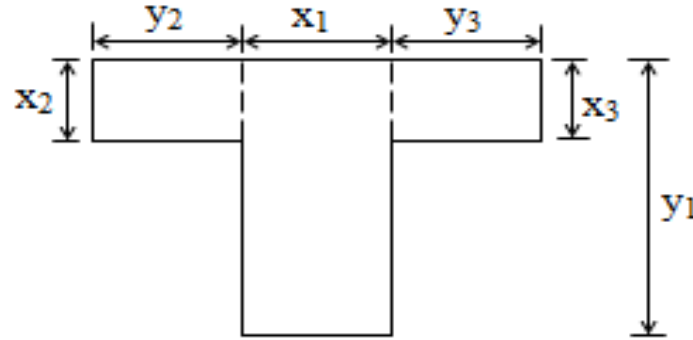
$T_{cr} = 1.35 S f_{ctd}$ olarak hesaplanmaktadır.

S, şekil katsayısıdır. TS500'de, S için plastisite teorisinden elde edilen şekil katsayıları yerine, daha basitleştirilmiş bağıntılar önerilmektedir, ancak daha kesin hesap için plastisite teorisinin kullanılabileceği ima edilmektedir.

S Değerleri:



(a)



(b)



Dikdörtgen Kesitler:

$$S = \left(\frac{1}{3}\right) b_w^2 h$$

Tablalı Kesitler:

Tabla dikdörtgenlere bölünür

$$S = \left(\frac{1}{3}\right) \sum x_i^2 y_i$$

Kutu Kesitler:

$$h_e \geq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

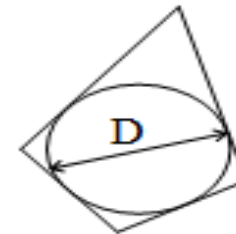
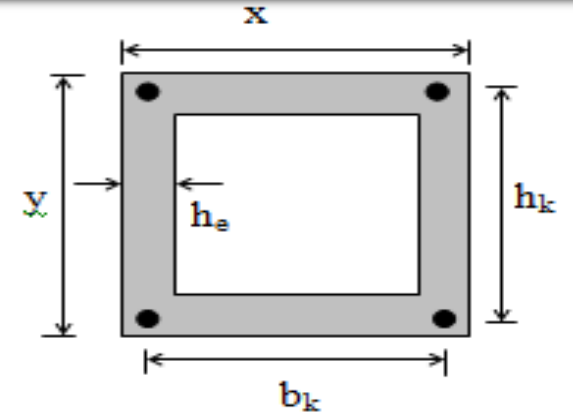
$$S = \left(\frac{1}{3}\right) x^2 y$$

$$h_e \leq \frac{1}{5} x \text{ ise;}$$

$$S = 2(b_k)(h_k)h_e$$

Çok Kenar:

$$S = \frac{\pi D^3}{12}$$



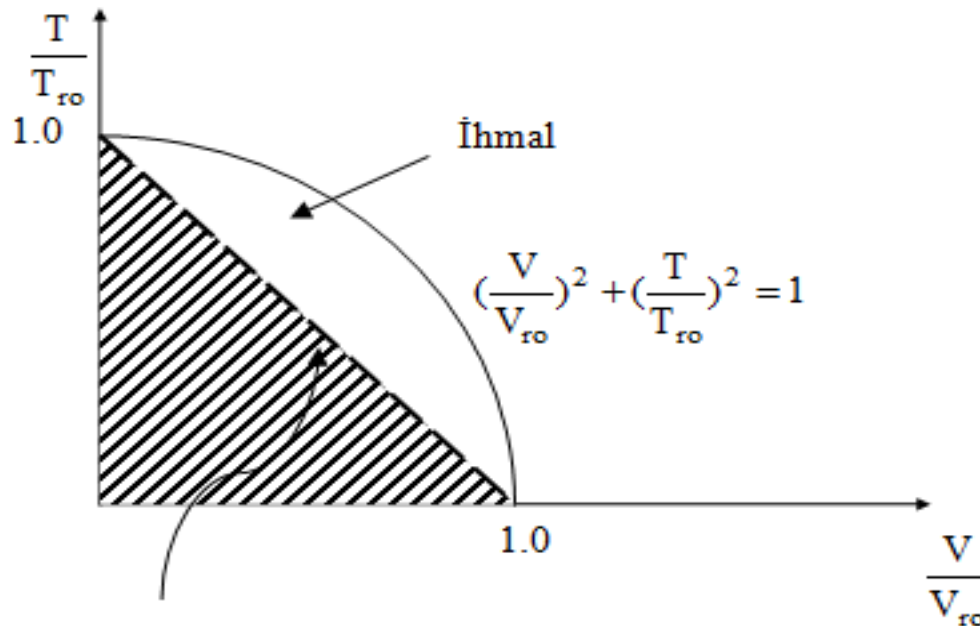
b) Gövde donatılı olması hali:

$$\left(\frac{T_d}{T_{ro}}\right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_{ro}}\right)^2 = 1$$

$$T_{ro} = \frac{A_{ot}}{s} 2 A_e (f_{ywd})$$

$$V_r = V_w + V_c$$

$$V_r = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (d) + 0.5 f_{ctd} (b_w d)$$



$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{ot}}{s} + \frac{A_{ov}}{s}$$

A_o : Etriye kesit alanı $(T_d + V_d)$ için

A_{ot} : Etriye kesit alanı sadece (T_d) için

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{ywd}} \quad ; \quad (A_{sl} = \frac{A_{ot}}{s} (U_e) \frac{f_{ywd}}{f_{yd}})$$

A_{ov} : Etriye alanı sadece (V_d) için.

Gevrek Kırılmanın Önlenmesi:



Asal basınç gerilmeleri nedeni ile gövdede oluşacak ve gevrek kırılmaya yol açabilecek ezilmeyi önlemek için, burulma momentine bir üst sınır getirilmiştir. Bunun için yandaki bağıntı temel alınmaktadır.

$$\max \tau_t = 0.22 f_{cd}$$

$$\tau_t \leq \max \tau_t \text{ olmalıdır.}$$

$$\max T = \frac{1}{2} \sum x_i^2 \left(y_i - \frac{x_i}{3} \right) (0.22 f_{cd}) \quad (\text{TS 500})$$

$$\frac{A_o}{s} \geq 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \left(1 + 1.3 \frac{T_d}{V_d b_w} \right) b_w \quad (\text{TS500-2000})$$

Bu bağıntıda $\frac{T_d}{V_d b_w} \leq 1.0$ alınmalıdır. Uygunluk burulmasında $T_d = T_{cr}$ alınır.

$$\min A_{sl} = \frac{T_d U_e}{2 f_{yd} A_e} \text{ olarak alınır (TS500-2000)}$$

Minimum Donatı:

Asal çekme gerilmeleri nedeni ile oluşacak gevrek kırılmanın önlenmesi için, yandaki minimum etriye ve boyuna donatı zorunludur.