BETONARME – 1

DERS NOTLARI

BÖLÜM 2

Prof. Dr. Cengiz DÜNDAR

BETONARME DAVRANIŞI VE HESAP İÇİN TEMEL İLKELER

Betonarme hesabı yapan bir mühendis, birçok basitleştirici varsayım yapmak zorundadır. Betonarme yapılarda, sistemin çözümü için yapılan klasik varsayımların yanında malzeme davranışı ile ilgili bazı varsayımlarında yapılması zorunludur. Betonarme gibi elastik ve doğrusal olmayan, gerilmeleri zamana ve yük geçmişine bağlı bir malzemenin davranışını hesaplara yansıtmak kolay değildir. Bu nedenle hesaplarda daha az önemli olan değişkenler ihmal edilir, diğerleri için de basitleştirici birçok varsayım yapılarak hesapların kolaylaştırılmasına çalışılır.

Yapılan varsayım ve basitleştirmelerin doğruluk ve geçerliliğinin saptanması, çözümün tüm aşamalarının ve sonuçlarının sağlam bir davranış bilgisi ışığı altında değerlendirilmesi ve tecrübe süzgecinden geçirilmesi gerekir. Sağlam bir davranış bilgisi ve tecrübe olmadan betonarme yapı oluşturmak olanaksızdır. Davranış bilgisi ve mühendislik önsezisinin oluşabilmesi için iyi bir yapı mekaniği bilgisine sahip olmak şarttır.

Herhangi bir betonarme yapının oluşturulmasında izlenen aşamalar beş grupta toplanır:

a) Yapı taşıyıcı sistemin seçimi.

b) Yapı ömrü süresince yapıya etkiyecek yüklerin tespit edilmesi.

c) Bu yükler altında varsayılan rijitlikler temel alınarak, kesit zorlamalarının bulunması.

d) Yapıyı oluşturan elemanların, teker teker ve bir arada hesaplanan kesit zorlamaları altında dayanım, deformasyon ve çatlak genişliği açısından belirli bir güvenliği sağlayacak şekilde boyutlandırılması ve donatının hesabı, hesaplanan donatının detaylandırılması

e) Yapının tasarımda öngörülene uygun olarak yapılması.

Yapı sistemi yapısal davranışı etkileyen en önemli faktörlerden biri olması nedeni ile bu ilk aşamada seçim yapılırken gereken özen gösterilmelidir. Yanlış seçilen bir sistemin sağlıklı davranmasını sağlamak için sonraki aşamalarda gösterilecek çaba çok pahalıya mal olabilir. Yapı sistemi seçilirken mimari ve ekonomik faktörlerde göz önünde bulundurulmalıdır.

İkinci aşamada olan yapıya etkiyen yüklerin seçiminde genellikle " **Yük Yönetmeliklerinden** " yararlanılır. Ülkemizde yükler için zorunlu yönetmelikler **TS498** ve **"‘Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik** " tir.

Kesit zorlamalarının bulunmasında yapıya etkimesi olası yüklerin en elverişsiz kombinezonları göz önünde bulundurulmalıdır. Yapısal çözümleme, yapı mekaniği çözümlerini temel alan yaklaşık yöntemlerle yapılır. Hiç bir yöntem kesin değildir.

Malzeme davranışının doğrusal elastik olduğu varsayımına dayanan çözümleme **doğrusal çözümleme**, davranışın elasto-plastik olduğu varsayımına dayanan ise **limit analiz**, betonarmenin doğrusal elastik olmayan gerçek davranışını temel alan çözümlemeye de **orantısız çözümleme** denir.

Dördüncü aşama olan boyutlandırma ve donatı hesabında iki yöntem vardır. Bunlardan, çelik ve betonun doğrusal elastik davrandığını varsayan " **Emniyet Gerilmeleri Yöntemi " veya " Elastik Yöntem** " olarak adlandırılır. İkinci yöntem daha gerçekçi olan iki aşamalı **" Sınır Durumlar Yöntemi "** dir. İki sınır durum olan;

a) Taşıma gücü

b) Kullanılabilirlilik sınır durumu güvenliğin sağlanmasına çalışır.

Kesit zorlamalarının bulunacağı yapısal çözümlemede eleman rijitliklerinin bilinmesi gerekir, dolayısı ile boyutların saptanabilmesi içinde kesit zorlamalarının bulunması gerekir. Sorun iki aşamalı bir yaklaşımla çözümlenir (ön tasarım, kesin tasarım).

Son aşama olan yapım ülkemizde genellikle en az özen gösterilen aşamadır. Böylece yapı denetimden yoksun olarak inşa edildiğinden projede öngörülenden oldukça değişik özelliklere sahip olur. Eleman boyutları ve donatı yerleştirilmesindeki hataların yanı sıra, beton kalitesinin tasarımda öngörülenden çok düşük olduğu sık rastlanan, bir olaydır.

BETONARME DAVRANIŞI

Herhangi bir mekanik problemin çözümünde izlenen yol üç aşamada özetlenir;

a) Denge koşullarının sağlanması

b) Uygunluk koşullarının sağlanması

c) Malzeme ve malzemeler için σ-ε ilişkisinin belirlenmesi.

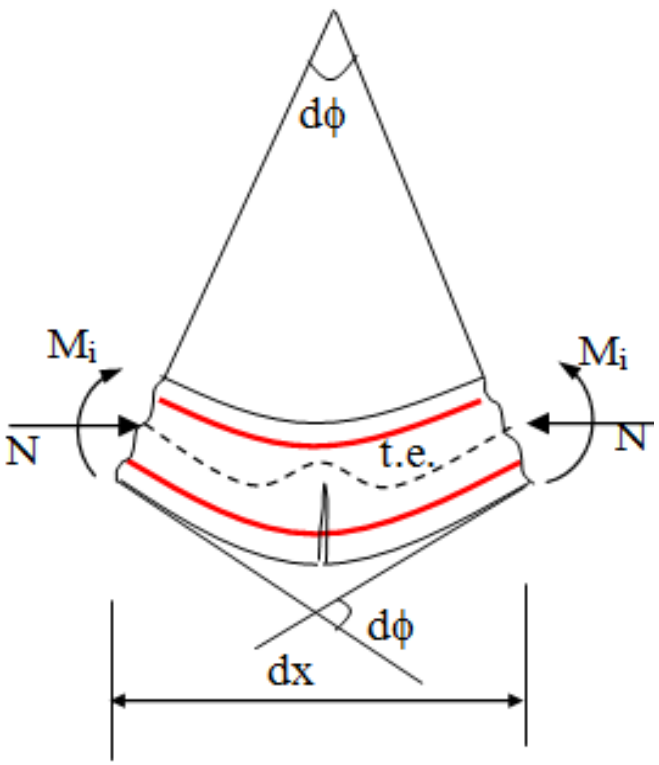
Betonarme problemlerini diğer malzeme problemlerinden değişik tutan son aşama olan **c** dir. Bu aşamada betonarmeyi oluşturan çelik ve betonun σ-ε özelliklerinin bilinmesi gerekir. Bu belirleme çelik için oldukça kolay olmasına karşın beton için oldukça zordur. Betonun σ-ε eğrisini birçok değişkenin etkilediği için tek ve kesin bir σ-ε eğrisi önermek zordur.

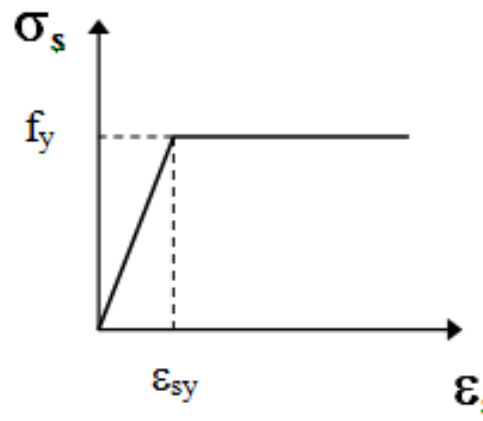
Betonun çekme dayanımı çok düşük olduğundan bu dayanımın ihmal edilmesi önemli bir hata getirmez. Betonarme elemanlarda oluşan çekme gerilmeleri, bu bölgelere yerleştirilen çelik çubuklarla karşılanır.

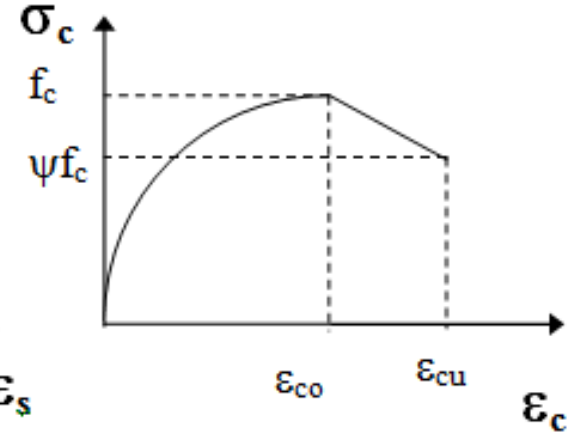
Betonarme elemanların basınç bölgesindeki gerilme değerinin eksenel basınç altında denenen numunelerden elde edilen σ-ε eğrisine benzediğini varsaymak doğru bir yaklaşım olur. Yapılan çok sayıda deney bu varsayımın doğruluğunu kanıtlar.

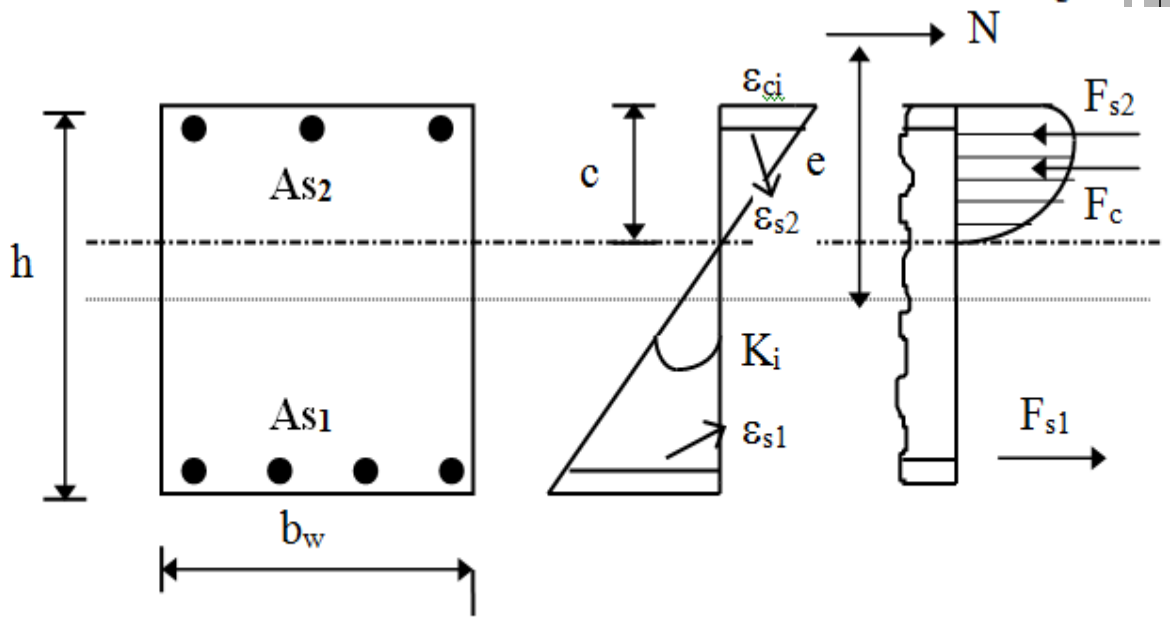
Çeliğin σ-ε ilişkisi ise, elasto-plastik varsayılabilir. Buna göre donatı çeliği akma gerilmesine ulaşıncaya kadar doğrusal elastik, bu noktadan sonra plastik bir malzeme gibi davranacaktır.

Eğilme veya Bileşik Eğilme Altındaki Elemanlarda Moment Eğrilik İlişkisi:









(c) (d) (e)

Eğilme ve eksenel yük veya yalnız eğilme altındaki bir kesitin davranışı gerçek malzeme davranışını temel alarak hesaplanmış veya deneysel verilerden elde edilmiş Moment-Eğrilik eğrilerinden izlenebilir.

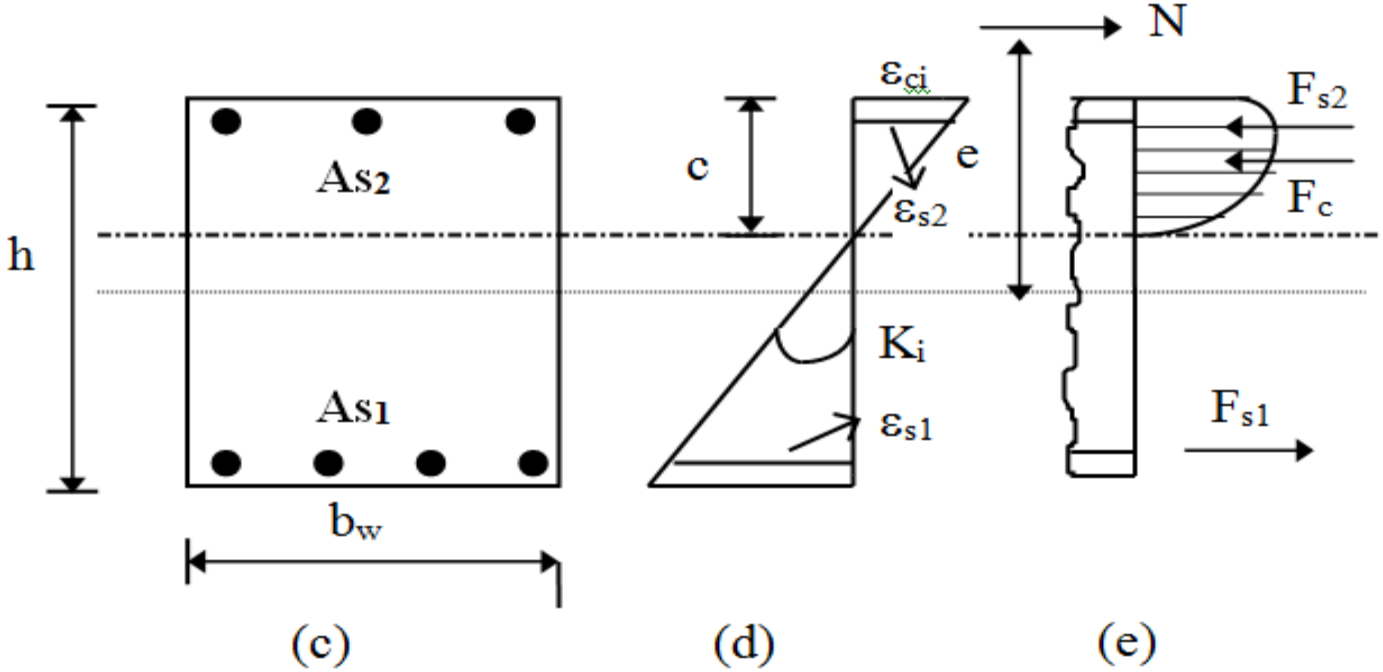
Mukavemet derslerinden hatırlanacağı gibi, eğrilik birim dönme açısıdır. Eğrilik (a) da gösterildiği gibi, iki kesit arasındaki dönme açısı farkından veya doğrudan birim deformasyondan yararlanılarak bulunabilir.

$$\text{Eğrilik}=\frac{d\phi}{dx}=\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{\rho}=K$$

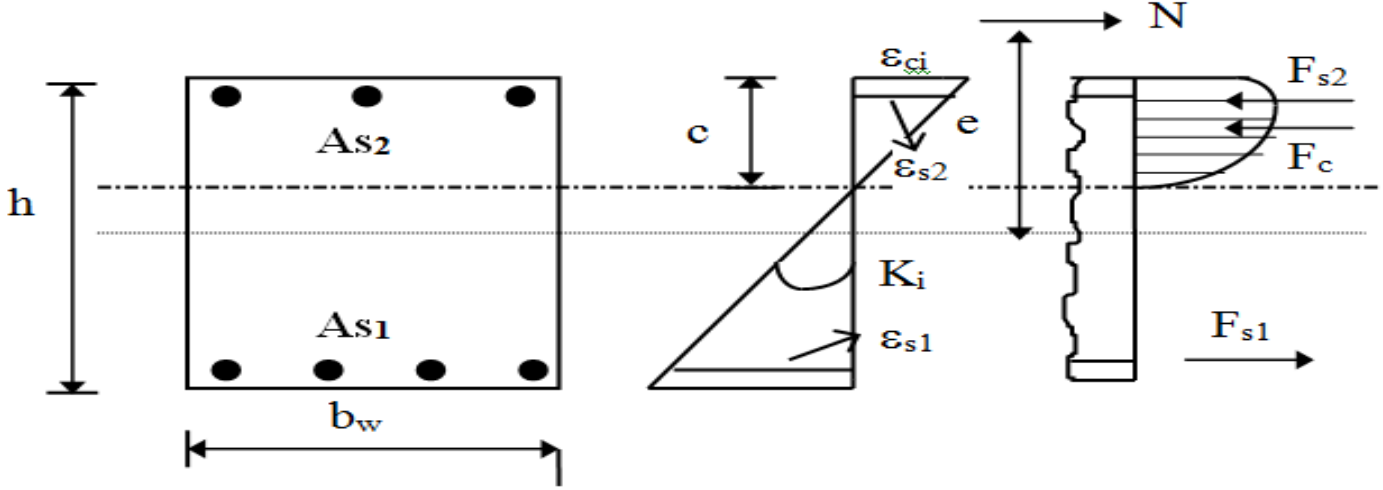
$$\text{veya } K=\frac{\varepsilon_x}{y}$$

(1) denklemi eğilmiş kirişin geometrisinden, (2) ise düzlem kesitlerin eğilmeden sonra düzlem kalacağı varsayımından elde edilmiştir.

Belirli bir eksenel yük altında betonarme kesitin moment-eğrilik eğrisini oluşturan, M_i ve K_i değerleri, **seçilen bir maksimum birim kısalma** için yazılacak denge ve uygunluk denklemlerinden elde edilir.



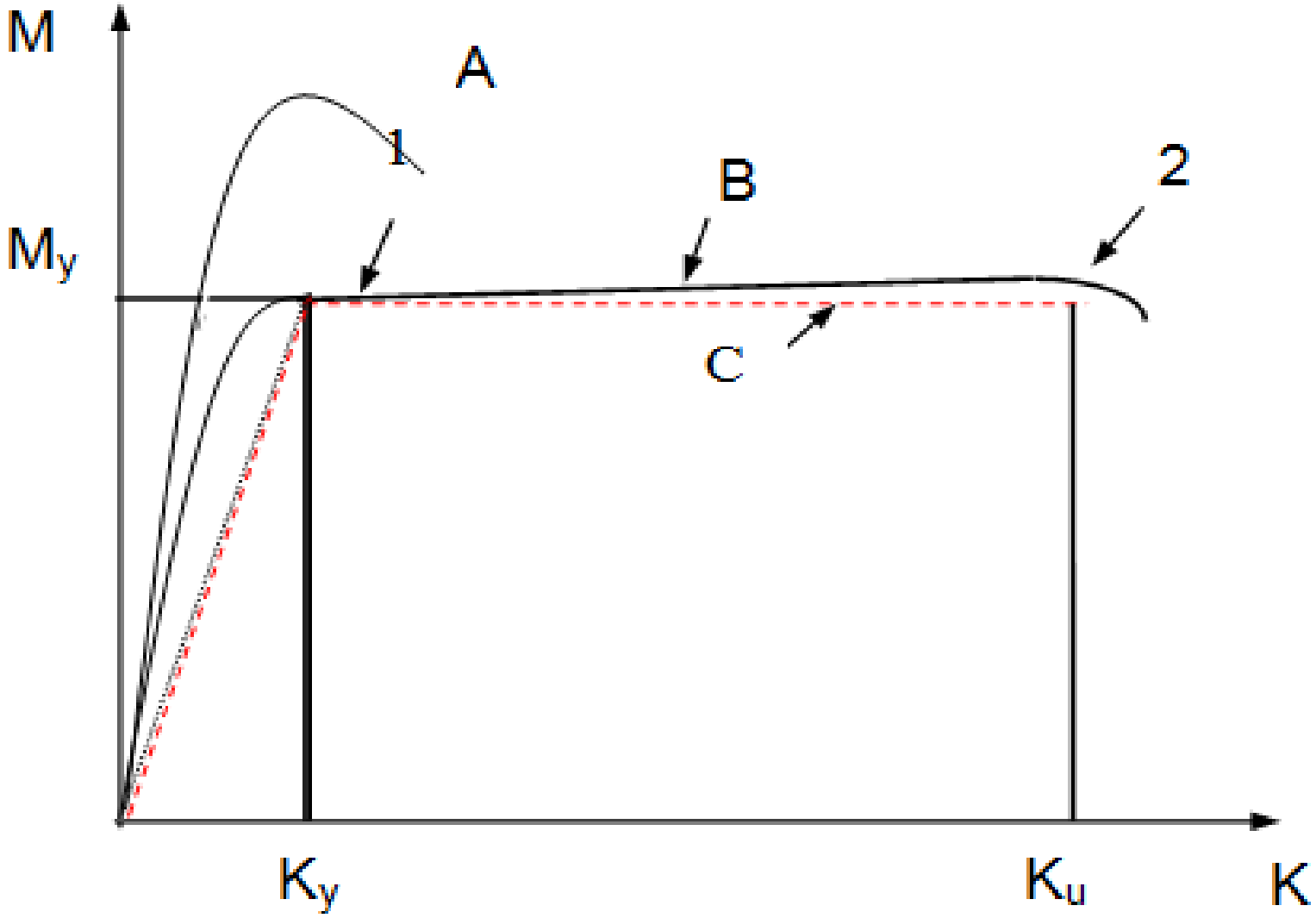
- Çözüme tarafsız eksen derinliği için bir varsayım yapılarak başlanır.
- Tarafsız eksen derinliği c, ilk denge denklemi $\sum F = 0$ sağlanıncaya kadar değiştirilir.
- İlk denge denklemi sağlandıktan sonra, şekil (e) de gösterilen iç kuvvetlerin ağırlık merkezi etrafındaki momenti hesaplanarak M_i bulunur.

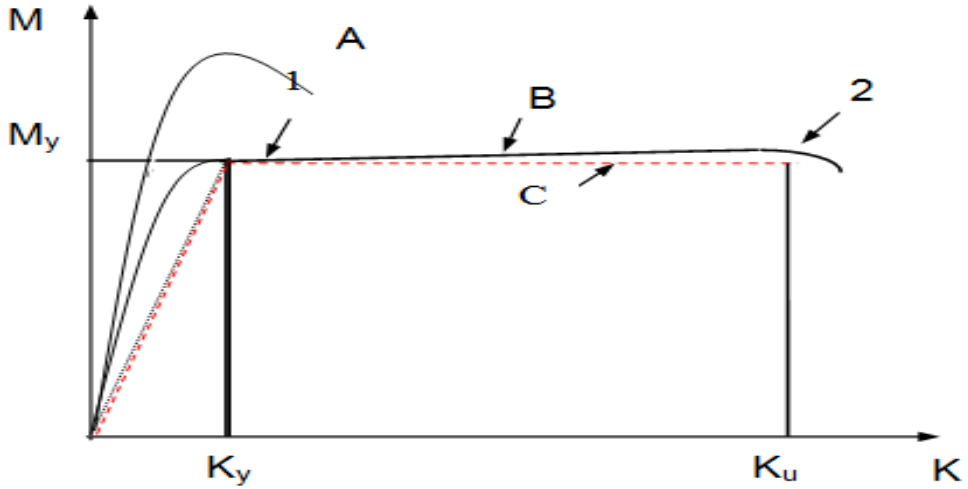


(c) (d) (e)

- Deformasyon değerleri, ε_{si} (d) deki birim deformasyon dağılımından yararlanılarak yazılacak uygunluk denklemlerinden bulunur.
- Çelik ve betondaki kuvvet bileşenleri, çelik ve betonun (b) de gösterilen σ-ε eğrilerine bulunan ε değerleri ile birlikte girilerek saptanan gerilmeler temel alınarak hesaplanır.
- Betonun çekme dayanımı olmadığı dolayısı ile çekme kuvvetinin tümünün donatı tarafından karşılandığı varsayılır.
- Eğrilik $K_i = \frac{\varepsilon_{ci}}{c}$ den bulunur.

Böylece betonarme bir kesitin M-K eğrisi çizilebilir.





Bileşik eğilme altındaki bir kesitin M-K ilişkisi, kesitteki eksenel yük düzeyine göre değişir. Şekilde bileşik eğilme altındaki bir kesitin, yüksek ve çok düşük düzeyde eksenel yükler altındaki moment-eğrilik ilişkileri gösterilmiştir.

A eğrisi eksenel yükün büyük, B eğrisi ise eksenel yükün düşük, sıfıra yakın olduğu durumlar için geçerlidir.

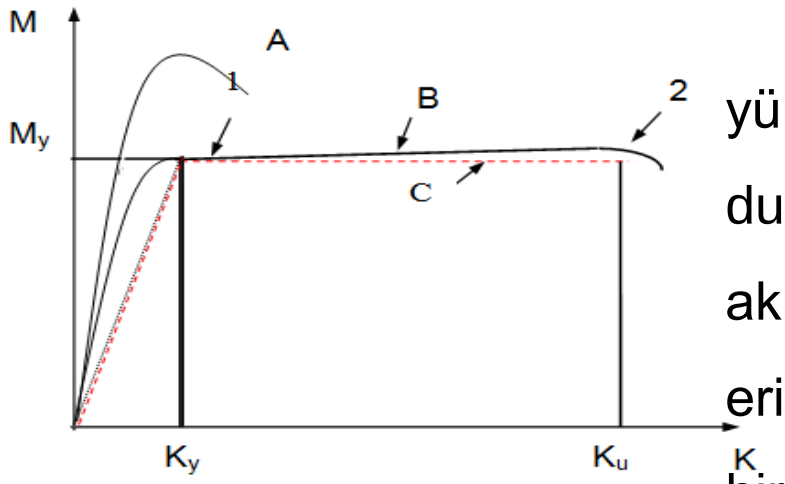
Süneklik yük taşıma kapasitesinden düşme olmadan kesitin büyük deformasyon yapabilme özelliğidir.

A eğrisi gevrek B eğrisi ise sünek bir davranışı simgeler.

Deprem mühendisliğinde kesit sünekliliği genellikle süneklilik katsayısı ile ifade edilir. **Süneklik** katsayısı, kırılma anındaki eğriliğin akma anındaki eğriliğe oranı olarak tanımlanır. B eğrisi ile elde edilen süneklik katsayısı

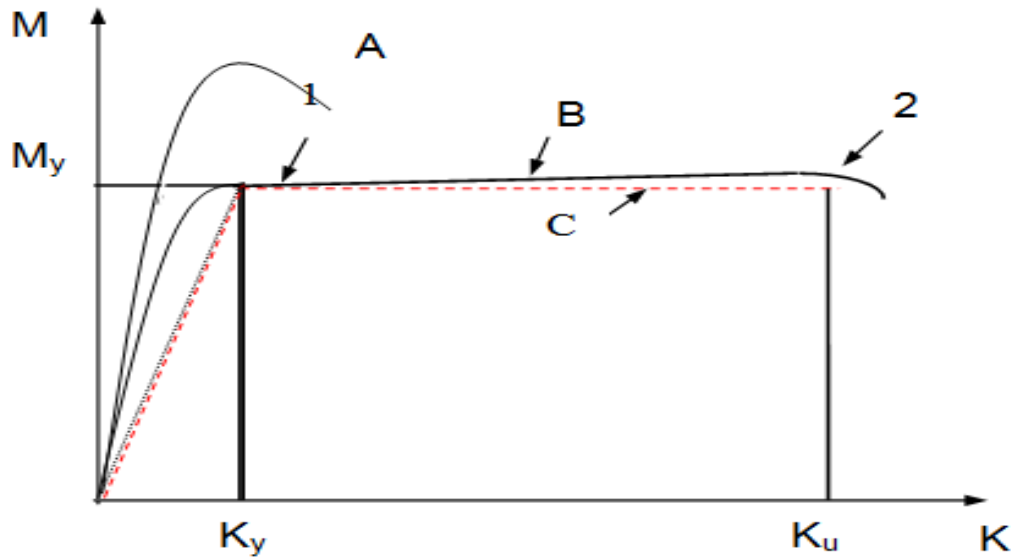
$$\lambda_c = \frac{K_u}{K_y} \text{ dir.}$$

M-K eğrisi altında kalan alan, kesitin enerji yutma kapasitesini gösterir. Sünek davranışı simgeleyen B eğrisi ile tüketilen enerjinin, gevrek davranışı simgeleyen A eğrisinden çok daha büyük olduğu açıktır. Bu nedenle deprem gibi enerji yutma kapasitesinin önemli olduğu yerlerde eksenel yük düzeyini düşük tutmak gerekir.



Şekilden görüldüğü gibi eksenel yükün sıfır veya çok düşük olduğu durumlarda (B) çekme donatısının akmasına karşılık olan M_y momentine erişilinceye kadar, eğilme rijitliğinde fazla bir değişme olmamaktadır.

Akma momentine ulaşıldıktan sonra ise, eğilme rijitliği sıfıra yaklaşarak, hemen hemen sabit kalan bir moment altında eğrilik hızla artmaktadır. Bu durumda B eğrisi C eğrisi ile değiştirilirse az hata içeren basit bir eğri elde edilir. Akmadan sonra momentin sabit kaldığı kabul edildiğinden, elasto-plastik bir malzeme davranışı elde edilir. Eğrilik K_y ye kadar doğrusal kalmakta K_u eğriliğine gelindiğinde **en dış basınç lifindeki beton ezilme birim kısalmasına ulaştığından** beton ezilmekte ve moment taşıma kapasitesi tükenmektedir.



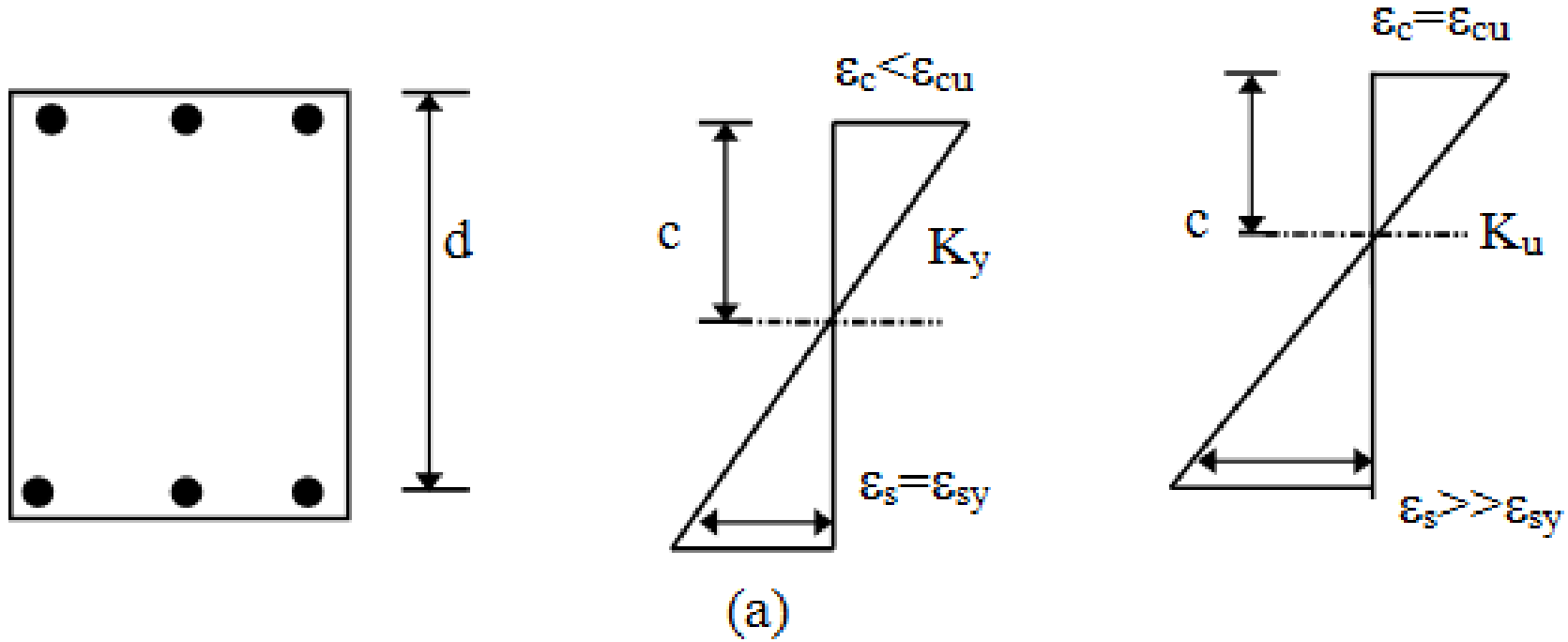
1 olarak işaretlenen noktada sabit moment altında eğrilik hızla arttığından bu davranış mafsal davranışına benzetilebilir. Klasik mafsalla C eğrisi ile simgelenen davranış arasındaki tek fark klasik mafsalda moment "sıfır" C eğrisinin simgelediği mafsalda ise dönmenin sabit bir moment altında olmasıdır. Bu tür davranışın gözlendiği kesit, yani sabit akma momenti altında " Plastik mafsal " olarak tanımlanır.

Plastik mafsal davranışı betonarme davranışında çok önemlidir. Herhangi bir betonarme yapı elemanında (N=0) bir noktada çekme donatısı aktığı zaman, orada bir plastik mafsal oluşacak ve o kesit sabit moment altında serbestçe dönebilecektir. Göçme ancak yapıyı veya bir yapı elemanını mekanizmaya dönüştürecek sayıda plastik mafsal oluştuktan sonra meydana gelir.

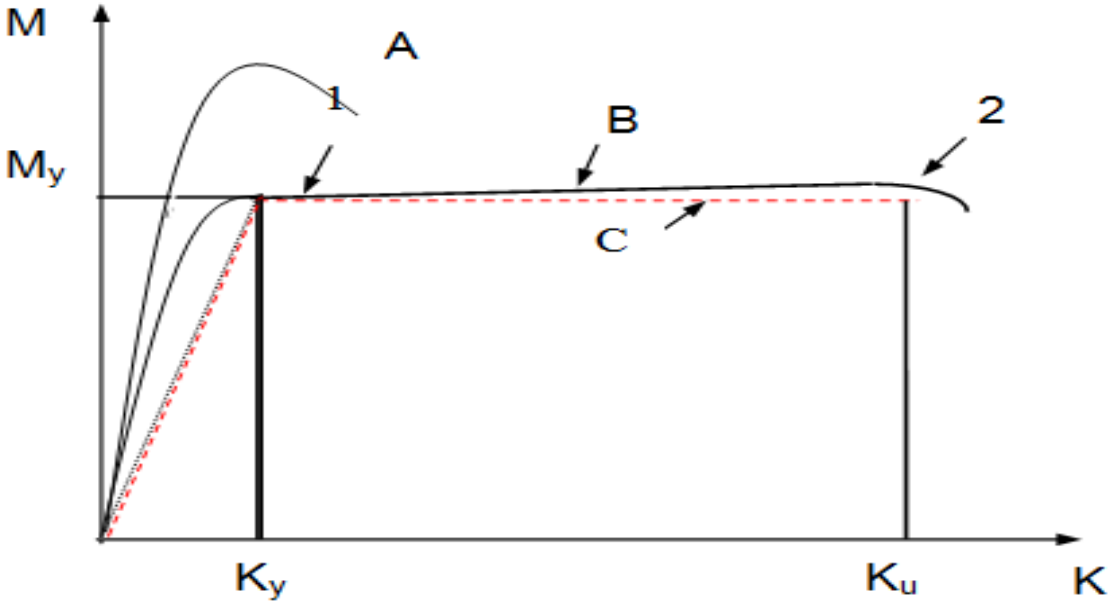
EĞİLME VE BİLEŞİK EĞİLME ALTINDAKİ BETONARME ELEMANLARIN KIRILMA TÜRLERİ

Eğilme veya eğilme ile birlikte eksenel basınç altındaki betonarme elemanlar kırılma konumuna (moment taşıma kapasitesine) en dış lifteki betonun ezilmesi ile ulaşırlar. Ezilme anında en dış lifteki birim kısalma ε_{cu} dur. Bu konuma ulaşıldığında çekme donatısının akıp akmadığı davranış açısından son derece önemlidir.

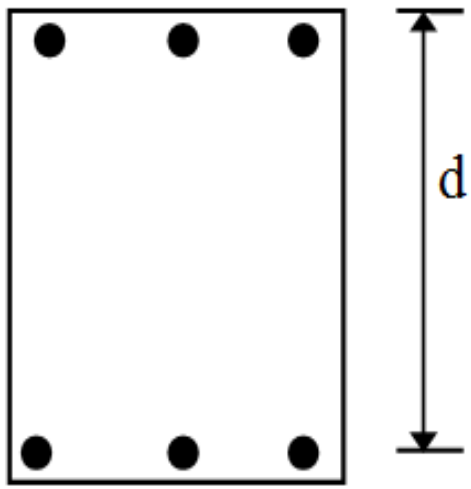
Eğer çekme donatısı kırılma konumuna ulaşılmadan akmışsa, $\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}$ ve $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, kırılmaya çeliğin özelliği hakim olur ve kırılma **sünek** olur. Bu durumda elemanın (M-K) ilişkisi çeliğin elasto-plastik σ-ε eğrisine benzer. Bu kırılma türü "çekme kırılması" olarak adlandırılır. Kırılma konumuna gelindiğinde birim deformasyon dağılımı (a) da gösterilmiştir.

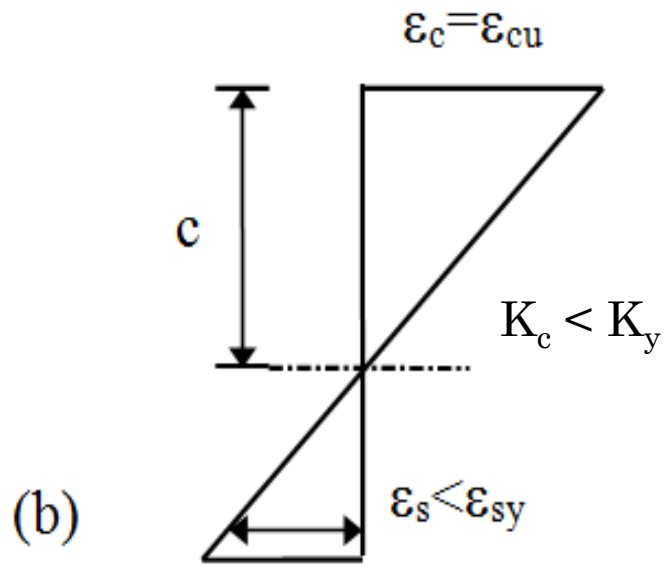

d
$\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$
c
K_y
$\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$
$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$
c
K_u
$\varepsilon_s >> \varepsilon_{sy}$

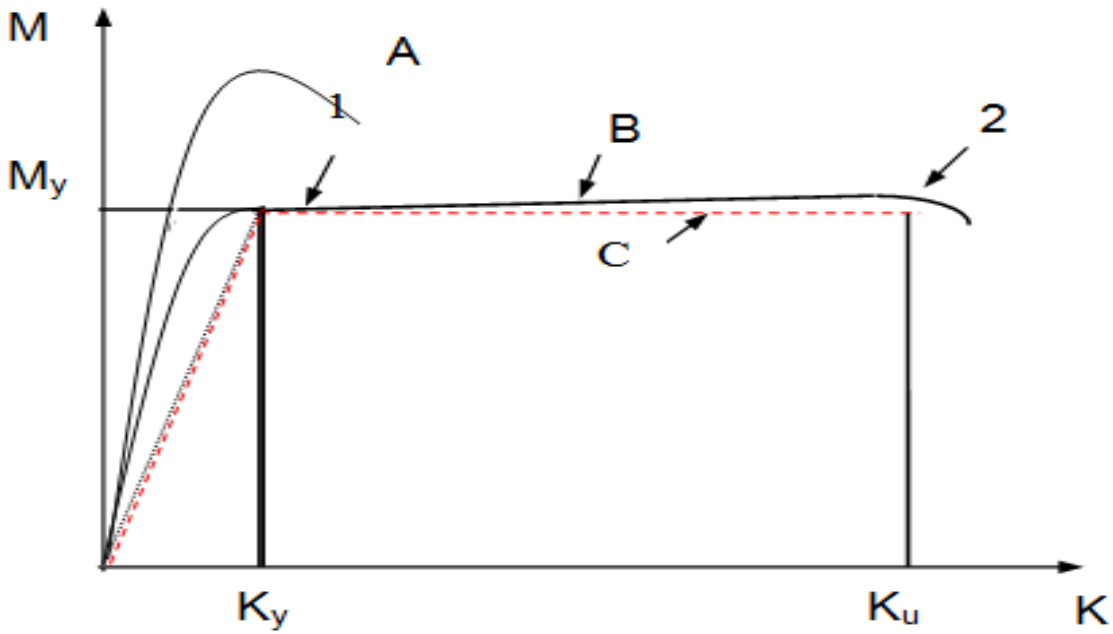
(a)


M
A
1
B
2
M_y
C
K_y
K_u
K

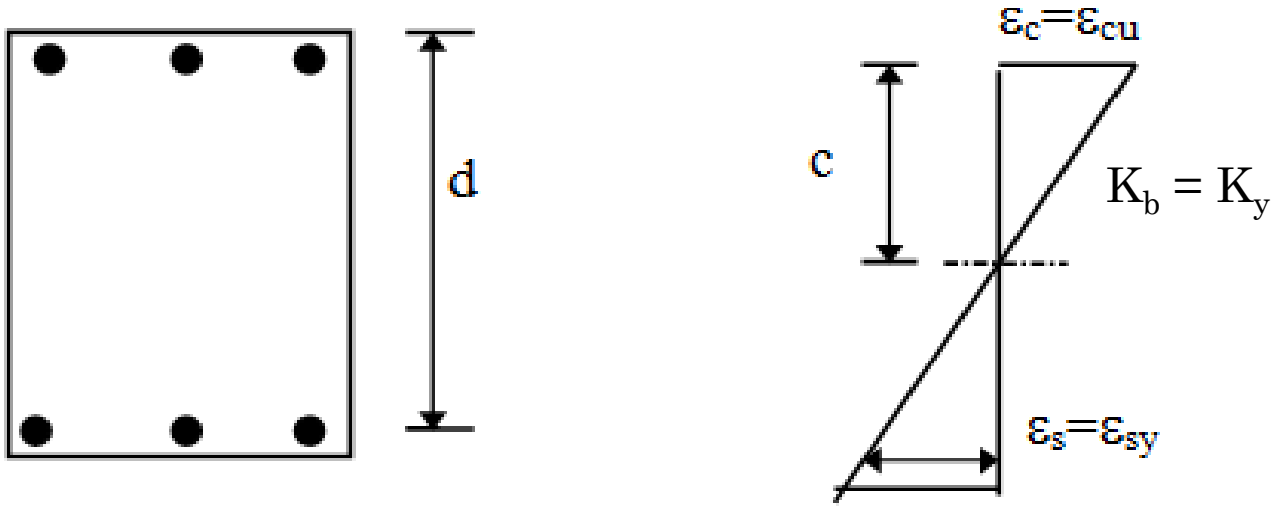
Kırılma konumuna ulaşıldığında ($\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$) çekme donatısı henüz akmamışsa; akma birim uzamasına ulaşmamışsa ($\varepsilon_s<\varepsilon_{sy}$) kırılmaya betonun özellikleri hakim olur ve kırılma gevrek olur, bu tür kırılma " Basınç kırılması " olarak adlandırılır (Şekil b). Basınç kırılmasındaki davranış A olarak gösterilen (M-K) eğrisinden izlenebilir.


d

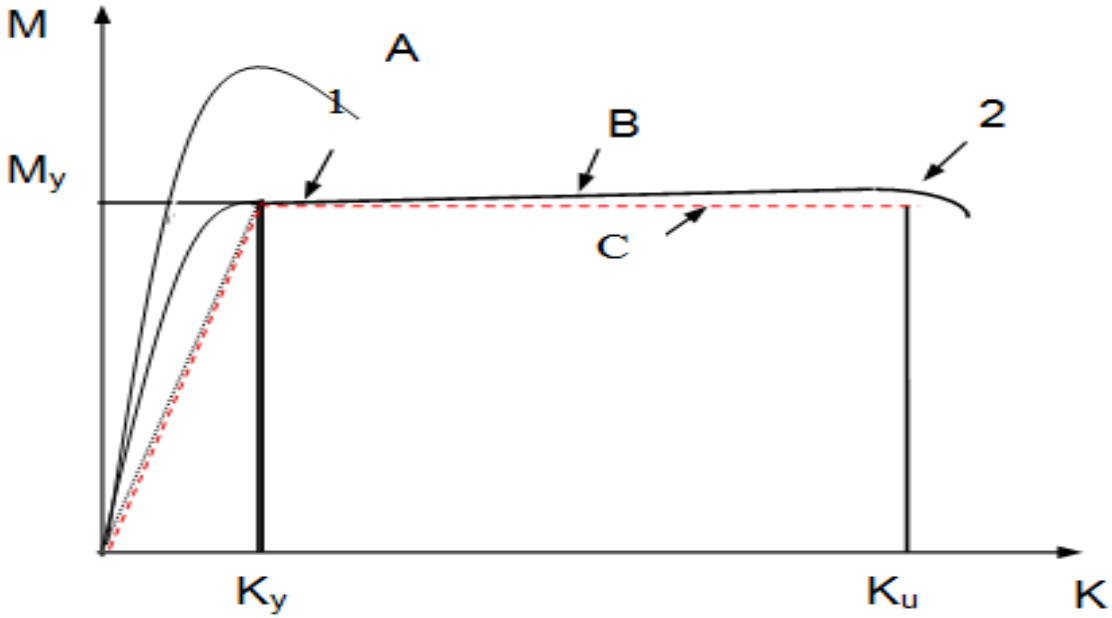

εc=εcu
c
Kc < Ky
(b)
εs<εsy


M
A
1
B
2
My
C
Ky
Ku
K

Doğal olarak çekme ve basınç kırılması arasında bir sınır durum olması gerekir. " Dengeli kırılma " olarak adlandırılan bu sınır durumda en dış lifteki beton ezilmesi ($\varepsilon_c=\varepsilon_{cu}$) ile çekme donatısının akması ($\varepsilon_s=\varepsilon_{sy}$) aynı anda olmaktadır (Şekil c). Dengeli kırılma, donatı aktığı anda oluştuğundan gevrek kırılmadır. Mühendislikte (M-K) ilişkisinden görülebileceği gibi sünek kırılma tercih edilen bir davranış biçimidir.


d
$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$
c
$K_b = K_y$
$\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$

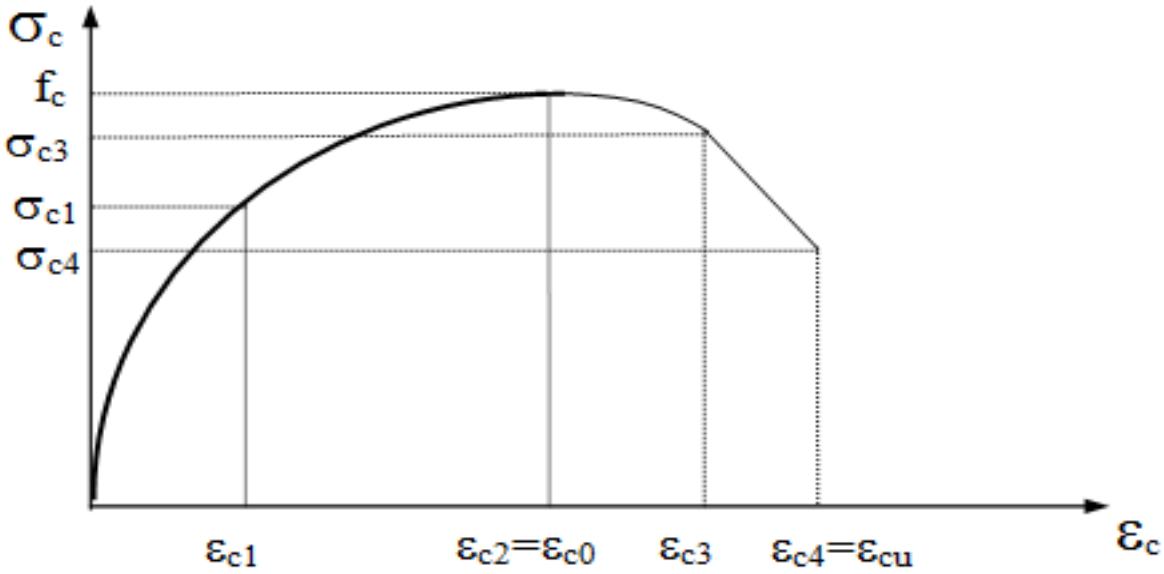
(c)


M
A
1
B
2
M_y
C
K_y
K_u
K

Kesitlerin tümünün sünek davranış gösterecek bir biçimde boyutlandırılıp, donatılarak gevrek kırılmanın önlenmesi her zaman mümkün değildir. Kiriş davranışı kesitteki donatı oranına bağlı olduğundan, bu oranı sınırlayarak sünek davranışı sağlamak mümkündür. Ancak bileşik eğilme altındaki elemanların sünek veya gevrek davranmaları eksenel yük düzeyine bağlı olduğundan, bir sınırlama ile gevrek davranışı önlemek mümkün olsa bile, ekonomik olmayabilir (M-K ilişkisi A ve B eğrileri). Bu tür elemanlarda istenilen süneklik tam sağlanmasa bile, kesit boyutlarında cömert davranarak eksenel yük düzeyini düşürmenin ve sık yerleştirilmiş sargı donatısı bulundurmanın önemli etkileri vardır. Sargı donatısı ε_{cu} yu dolayısıyla K_u yu arttırarak sünekliği önemli ölçüde arttırır.

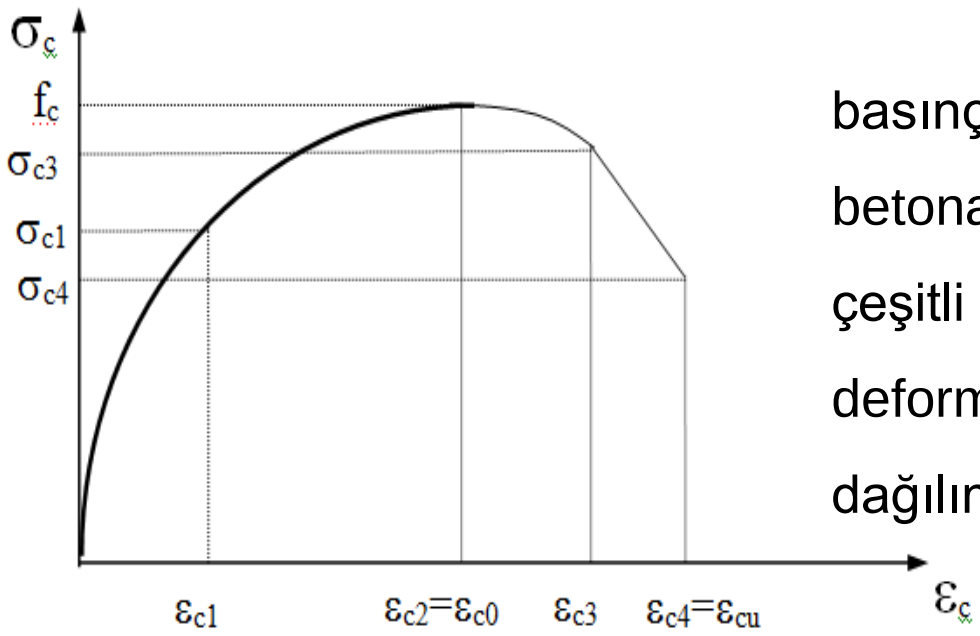
BETONARMEDE UYUM (YENİDEN DAĞILIM)

Betonarmeyi diğer yapı malzemelerinden ayıran en önemli özelliklerden biri de uyumdur. Uyum, fazla zorlanan bir lifin veya kesitin veya elemanın zorlamaları komşu lif, kesit veya elemana aktarabilme özelliğidir. Öncelikle, liften life gerilme aktarımı olan **gerilme uyumu** ele alınacaktır.



(a)

GERİLME UYUMU

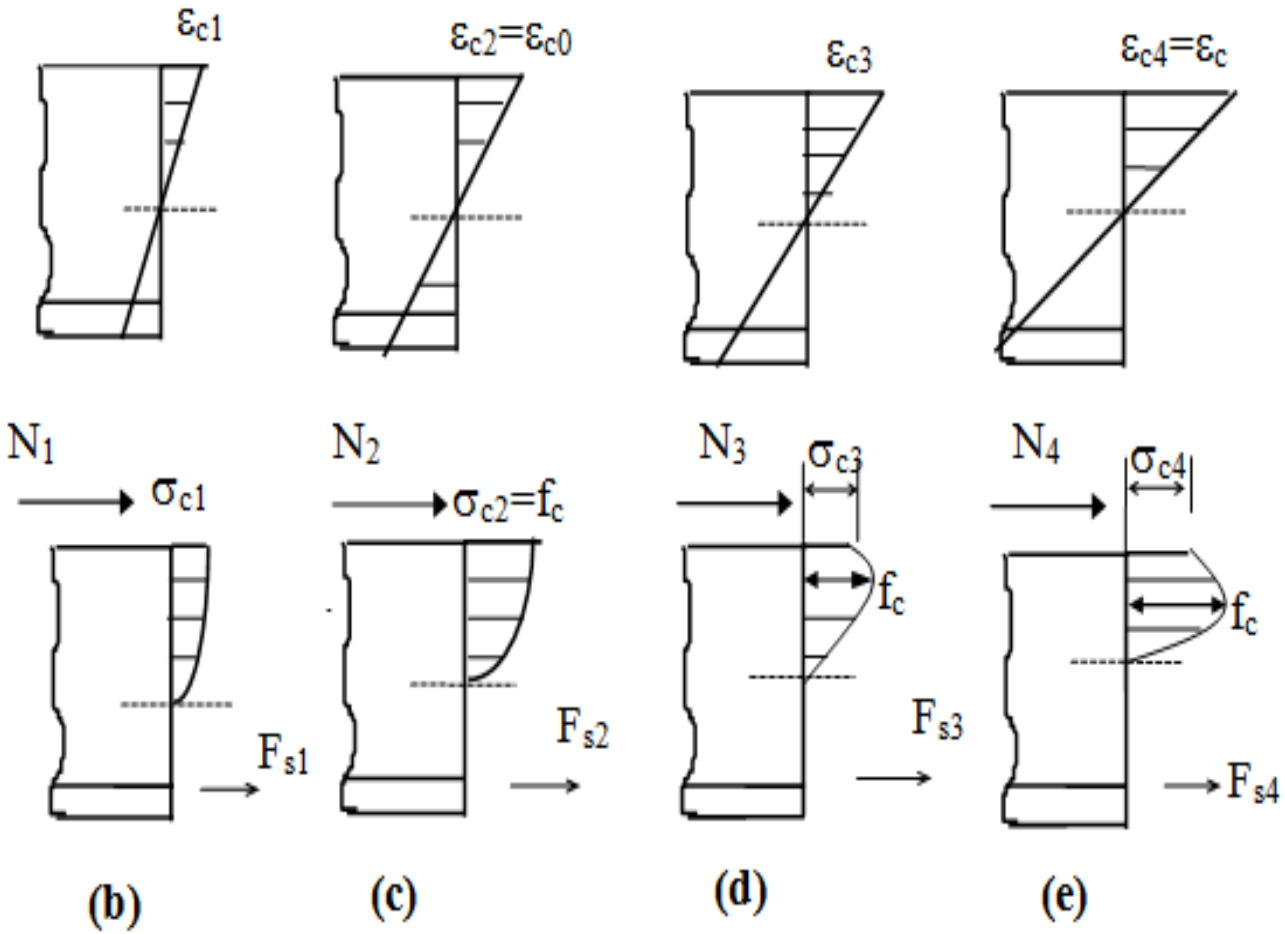


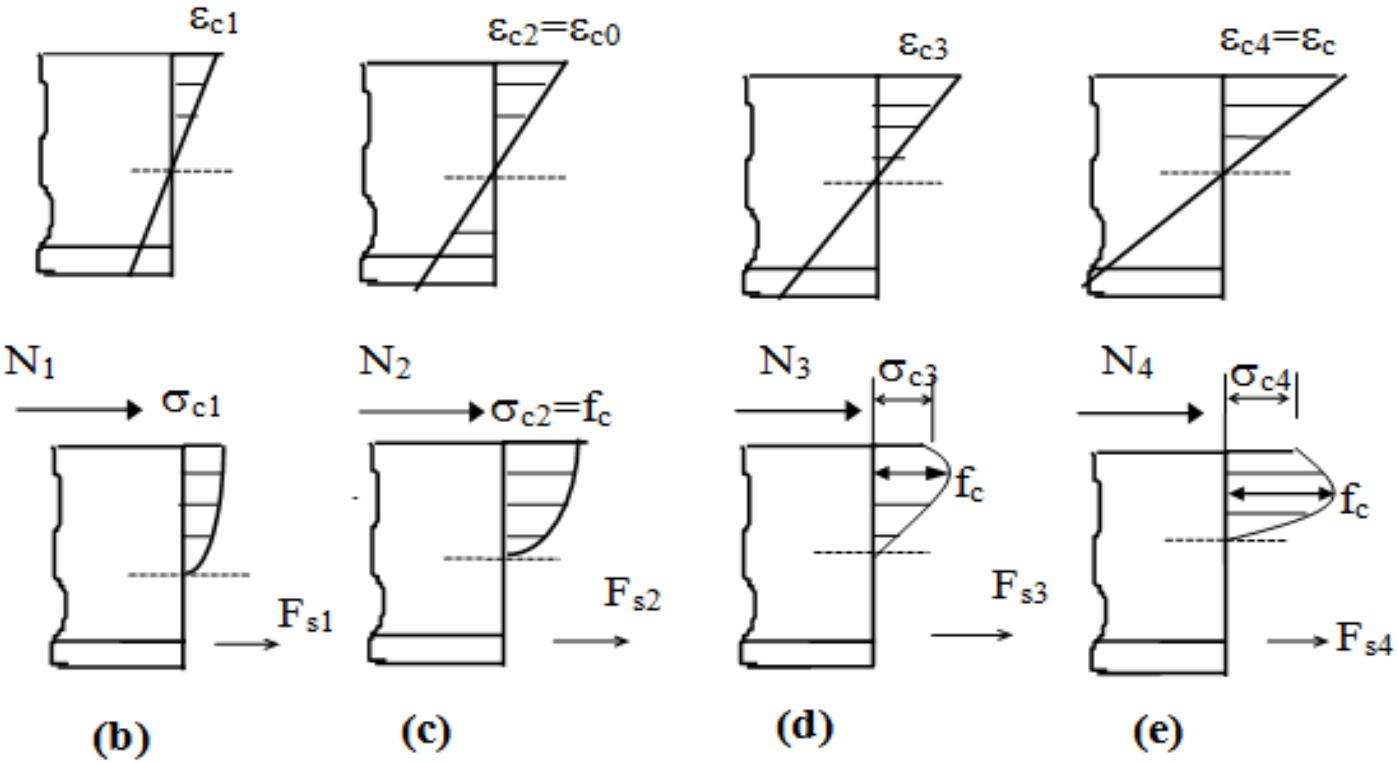
(a)

Şekilde eğilme ve eksenel basınç (düşük düzeyde) altındaki bir betonarme kesitle yüklemelerin çeşitli aşamalarında oluşan birim deformasyon ve beton gerilmeleri dağılımları gösterilmiştir.

Beton basınç bölgesindeki gerilme dağılımının, eksenel basınç altında denenen numunelerden elde edilen (a) da gösterilen σ-ε eğrisi gibi olduğu varsayılmaktadır.

Şekilde gösterilen basınç gerilmesi dağılımları (a) da gösterilen σ-ε eğrisine, en dış lifteki birim kısalma değerleri ε_{ci} ile girilerek bulunmuştur .

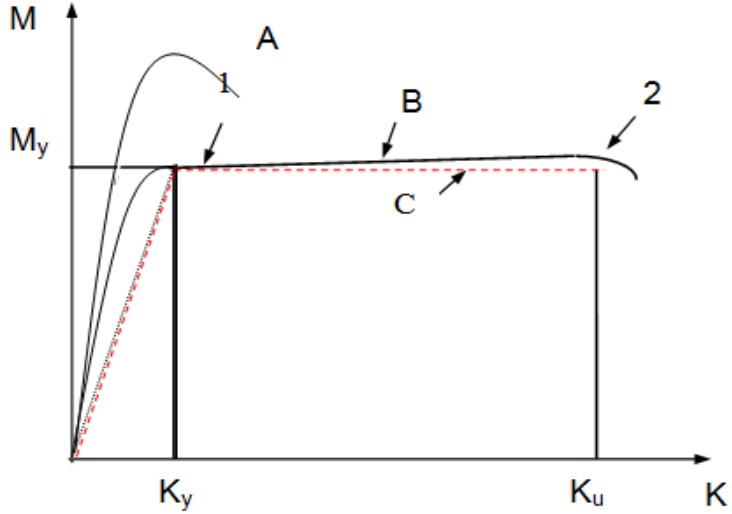




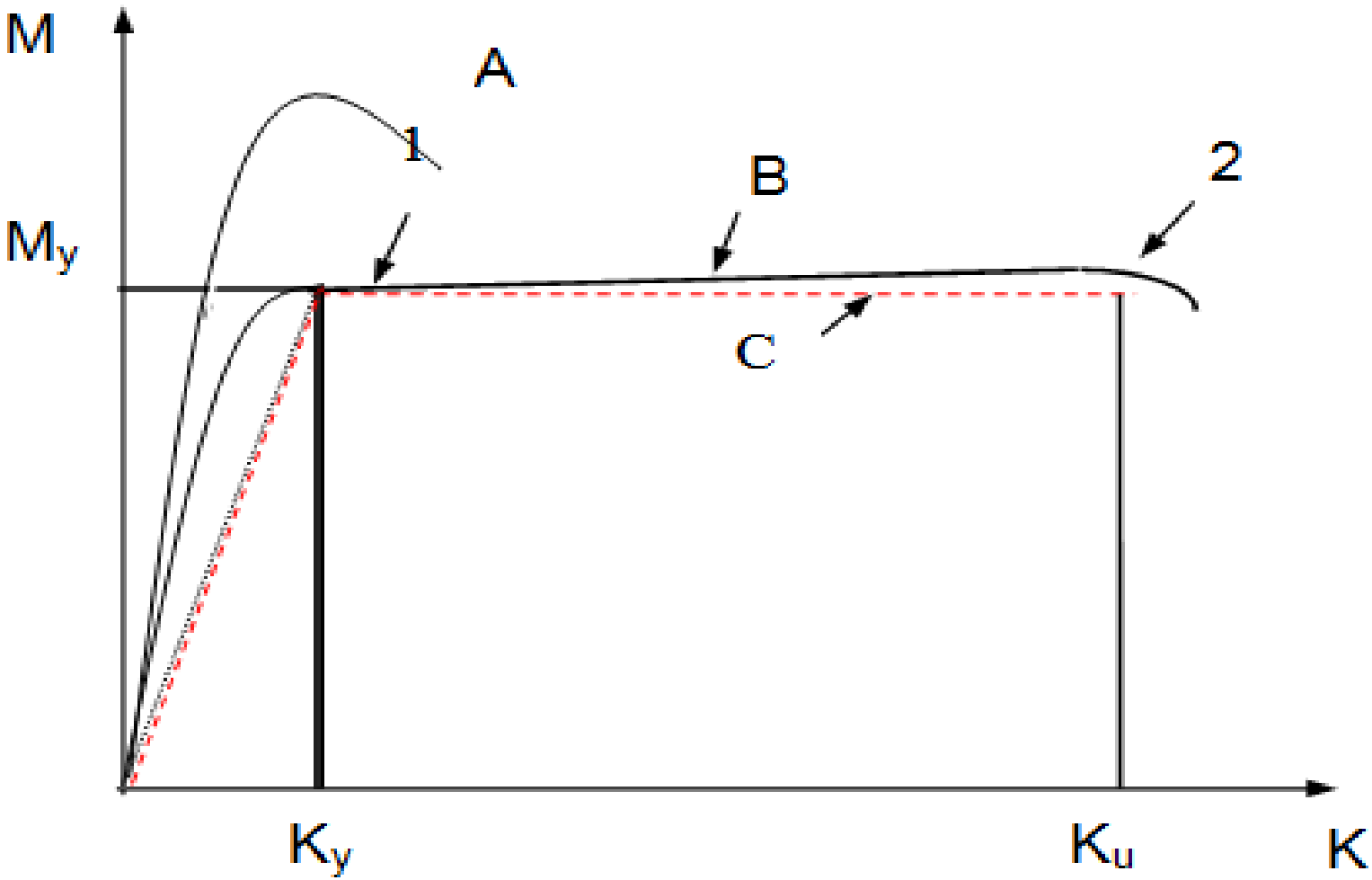
(c) den (e) ye gidilirken, gerilmelerin diğer liflere nasıl aktarıldığı açıkça görülmektedir. Gerilme uyumu veya gerilme aktarımı birim deformasyon dağılımının eğimine göre değişir. Eğim azaldıkça, komşu lifle olan birim deformasyon farkı azalacağından gerilme aktarımı olanağı azalır. Bu nedenle basit eğilme altındaki kirişlerde uyum eksenel yük düzeyi yüksek olan bir kolondan daha fazladır.

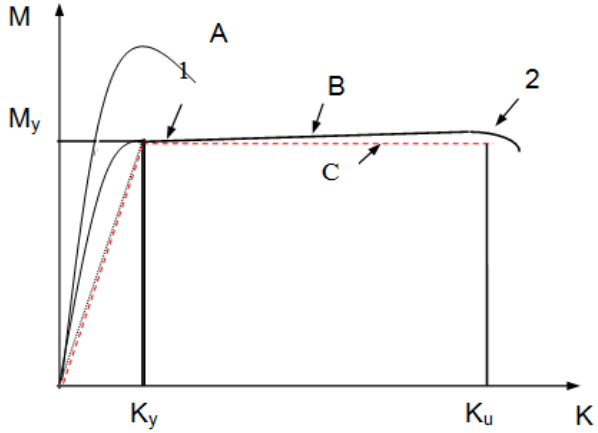
BETONARME ELEMANLARDA PLASTİK MAFSAL OLUŞUMU

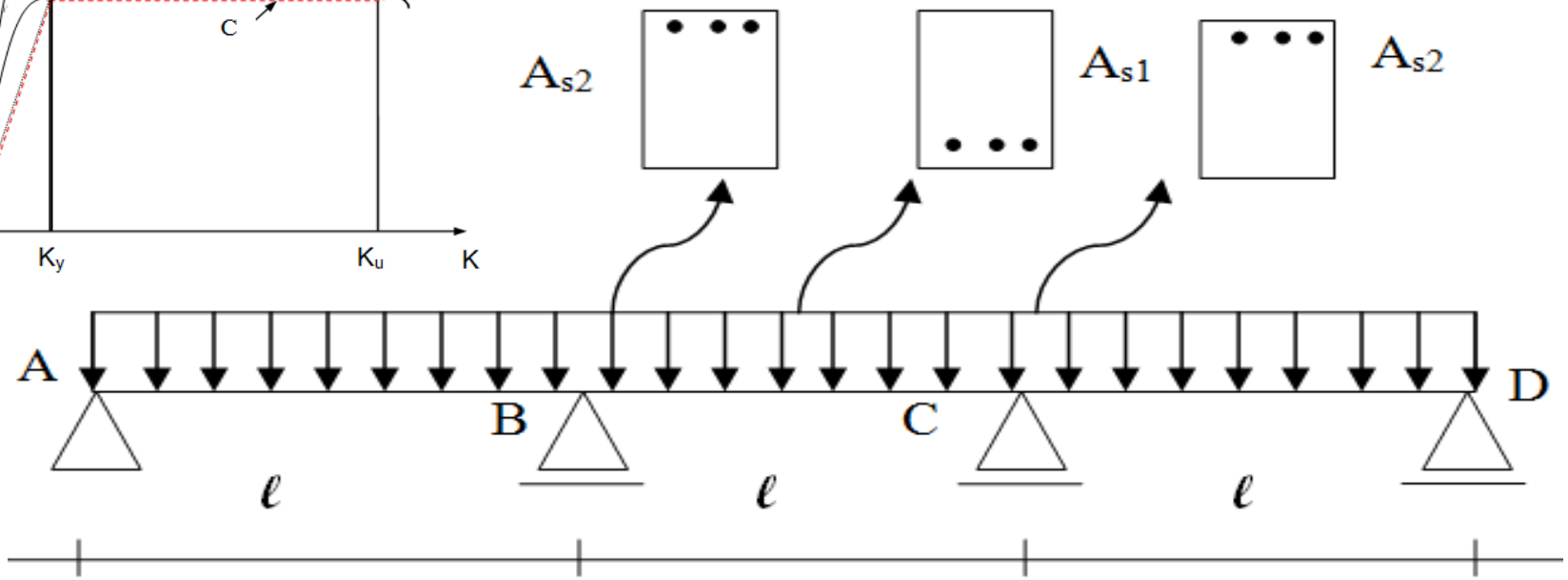
Moment altında zorlanan bir betonarme elemanda momentin en yüksek olduğu kesit akma momentine ulaştığında eleman yük taşımaya devam eder. Söz konusu kesit taşıma gücüne eriştiğinde o noktada plastik mafsal meydana gelir. M-K grafiğinde ki C eğrisinden de izleneceği gibi kesit sabit moment altında dönebilmektedir. Bunun doğal bir sonucu olarak artan yükler altında taşıma gücüne ulaşmayan diğer kesitlere moment aktarımı olur.



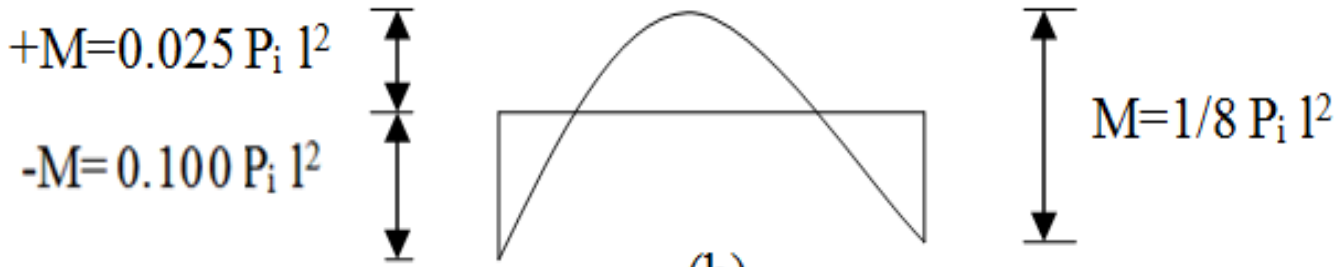
Böylece doğrusal çözümlemeden elde edilen moment dağılımı önemli ölçüde değişir. Göçme ancak elemanda yeterli sayıda plastik mafsal oluştuktan sonra meydana gelir.


M
A
1
B
2
My
C
Ky
Ku
K

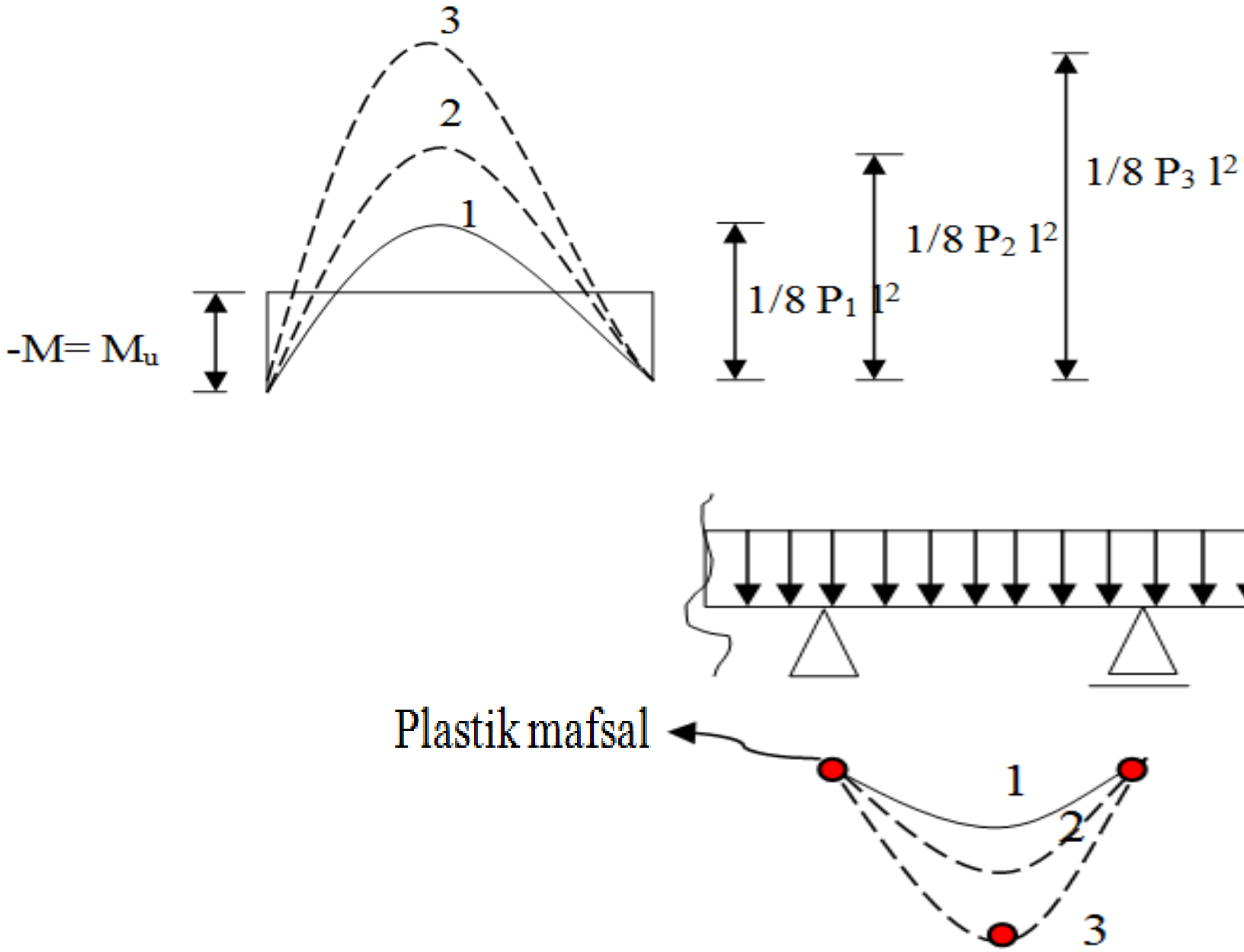

M
A
1
B
2
My
C
Ky
Ku
K


As2
As1
As2
A
B
C
D
ℓ
ℓ
ℓ

(a)


+M=0.025 Pi l2
-M= 0.100 Pi l2
M=1/8 Pi l2

(b)


3
2
1
-M= Mu
1/8 P1 l2
1/8 P2 l2
1/8 P3 l2
Plastik mafsal
1
2
3

KESİT HESABI

Yapının oluşturulmasındaki aşamalardan biri de, yapısal çözümleme ile bulunan kesit zorlamaları temel alınarak kesit boyutlarının ve donatısının saptanmasıdır. Önemli olan, seçilecek kesit boyutları ve donatı ile ön görülen zorlamalar altında yapı ve yapı elemanlarının kullanılabilir durumda kalması (aşırı deformasyon ve çatlama olmaması) ve yıkılmaya karşı gerekli güvenliğin sağlanmasıdır.

Kesit hesaplarında iki ayrı sorunla karşılaşılır. Bazı durumda kesit boyutları, donatı alanı ve malzeme dayanımları bilinmektedir. Amaç kesitin ön görülen bir zorlamayı güvenle taşıyıp taşıyamayacağıdır. Buna **kesit tahkiki** denir.

İkinci tür sorunda kesit zorlamaları ve malzeme dayanımı bilinmektedir; amaç kesitin bu zorlamaları güvenle taşıyacak biçimde boyutlandırılıp donatılmasıdır. Buna **kesit hesabı** denir. Kesit hesabı iki aşamada yapılır.

a) Boyutların belirlendiği ön tasarım

b) Boyutların kontrol edilip donatının hesaplandığı kesin tasarım.

Kesit hesabı için iki yöntem vardır.

Emniyet Gerilmeleri Yöntemi

Kesit hesabının elastisite teorisine göre yapıldığı bu yöntemde, beton ve çeliğin doğrusal-elastik davrandıkları varsayılır. Hesaplarda donatı alanı modüler oran olarak bilinen **$n=E_s/E_c$** ile çarpılarak, eşdeğer beton alanına çevrilir. Betonun çekme dayanımı ihmal edilerek, elde edilen bu eşdeğer beton kesitteki gerilmeler hesaplanır. Donatıdaki gerilmeler eşdeğer beton için bulunan gerilmelerin modüler oran n, ile çarpılması ile bulunur. Yöntemde amaç hesaplanan gerilmelerin daha önce yönetmeliklerle belirlenmiş emniyet gerilmesini aşmamasıdır.

Emniyet gerilmeleri yöntemine yöneltilen eleştiriler, genellikle iki noktada toplanabilir.

a) Betonarmede gerilmelerin hesabı olanaksızdır. Hâlbuki bu yöntem gerilme hesabına dayanır.

b) Gerilme hesabında modüler oran n kullanılırken beton elastisite modülünün sabit olduğu varsayılmaktadır. Betonun elastisite modülünün çeşitli etkenler altında büyük çapta değiştiği bilinmektedir.

Betonarmedeki gerilmelerin ve beton elastisite modülünün doğru olarak hesaplanmasının olanaksız olduğunun anlaşılması, gerilme hesabını ve modüler oranı temel alan bir yöntemin geçersizliğini açıkça ortaya koymuştur. Bu nedenle bu yöntem çoğu ülkelerde terk edilmiştir.

Sınır Durumlar Yöntemi

a) Taşıma gücü sınır durumu: Bu sınır durum, kesitin taşıma gücünü, başka bir deyişle, güç tükenme sınırını tanımlar.

b) Kullanabilirlik sınır durumu: Bu sınır duruma, yapının veya yapı elemanlarının, normal kullanım yükleri altında, kullanımı olumsuz bir biçimde etkileyecek duruma gelmeleri ile erişilir. Söz konusu sınıra, yapıda veya bazı yapı elemanlarında aşırı çatlama, aşırı deformasyon veya aşırı titreşim olduğu zaman ulaşılır.

Normal olarak, kesit boyutlandırılması ve donatı hesabı, taşıma gücü sınır durumuna göre yapılır. Bu sınır durumda sorun çıktığı takdirde, kesit boyutları ve/veya donatısı buna göre değiştirilir.

TAŞIMA GÜCÜ YÖNTEMİ

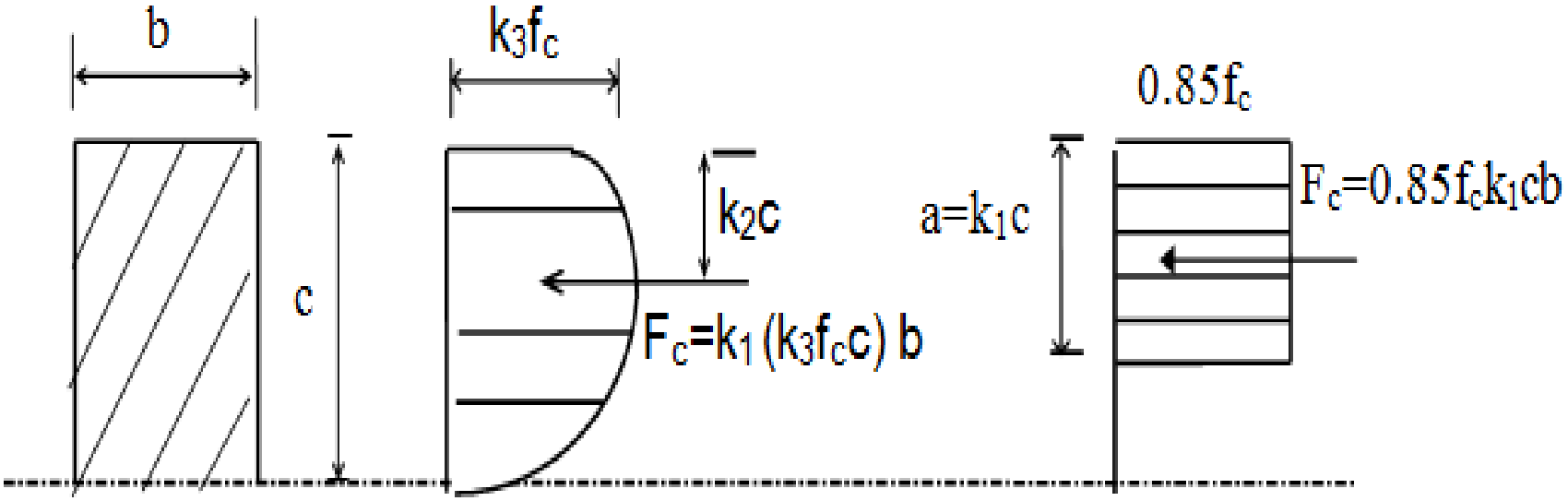
Taşıma gücü yönteminin amacı, kesitin güç tükenme anındaki kapasitesinin hesabıdır. Bu yöntemde gerilme hesabı yoktur. Kesit hesabı için geliştirilen bu yöntemle çözüme gidilirken yazılacak denge ve uygunluk denklemleri, emniyet gerilmelerinde kullanılanlarla aynıdır. Aradaki tek fark taşıma gücü yönteminde çelik ve betonun gerçek davranışları temel alınır. Basit ve bileşik eğilme altındaki bir betonarme kesitin taşıma gücü hesabı, gerekli denge, uygunluk denklemleri yazılarak ve malzemeler için gerilme-birim deformasyon ilişkileri belirlenerek yapılır.

Çözümde yapılan varsayımlar;

- Şekil değişiminden önce düzlem olan kesitler şekil değişiminden sonra da düzlem kalır (birim deformasyon dağılımı doğrusaldır).
- Betonun çekme dayanımı ihmal edilir.
- Beton ve donatı arasında tam aderans vardır. Yani donatı çubuğundaki birim boy değişimi, komşu liflerdeki birim boy değişimi ile özdeştir.
- Donatı çeliğinin gerilme-birim deformasyon ilişkisi elasto-plastiktir ($\sigma_{si}=\varepsilon_{si}E_s \leq f_y$
- Taşıma gücüne erişildiğinde, basınç bölgesinin en dış lifindeki beton birim kısalması ε_{cu} dur (TS500 ε_{cu}=0.003).

- Taşıma gücüne erişildiğinde, basınç bölgesindeki beton gerilme dağılımı, eksenel basınç altında denenen numunelerden elde edilen σ-ε eğrisi gibidir.
- Yapılan son varsayım, basınç bölgesindeki beton basınç dağılımı ile ilgilidir. Bu dağılımın, eksenel basınç deneylerinden elde edilen σ-ε eğrisi gibi olduğu varsayımı, son derece mantıklıdır. Ancak betonun σ-ε eğrisini birçok değişken etkilediğinden, tek ve kesin bir eğrinin önerilmesi olanaksızdır.

•Basınç bölgesindeki gerilme dağılımı her iki denge denkleminde de yer almaktadır. $\Sigma F=0$ ve $\Sigma M=0$. Bu denklemler için önemli olan, basınç gerilmesi dağılımının geometrisi değil bu dağılımın altındaki alan ve alanın ağırlık merkezidir. Bu nedenle TS500 de beton basınç bölgesindeki gerilme dağılımı için, geçerliliği deneysel verilerle kanıtlanmış herhangi bir dağılım kullanılabilir. Açıkça kullanılacak gerilme dağılımının alanı ve ağırlık merkezi, deneysel olarak saptanan değerlerle uyuşmalıdır.



Gerçek Dağılım

Eşdeğer Dikdörtgen Dağılımı

$f_{ck} \leq 25\ N/mm^2\ (250\ kgf/cm^2) \quad k_1=0.85$

$f_{ck} > 25\ N/mm^2\ (250\ kgf/cm^2) \quad k_1=0.85-0.006(f_{ck}-25)$

$k_1k_3f_c=0.85(\frac{a}{c})f_c \qquad k_1k_3=0.85(\frac{a}{c})$

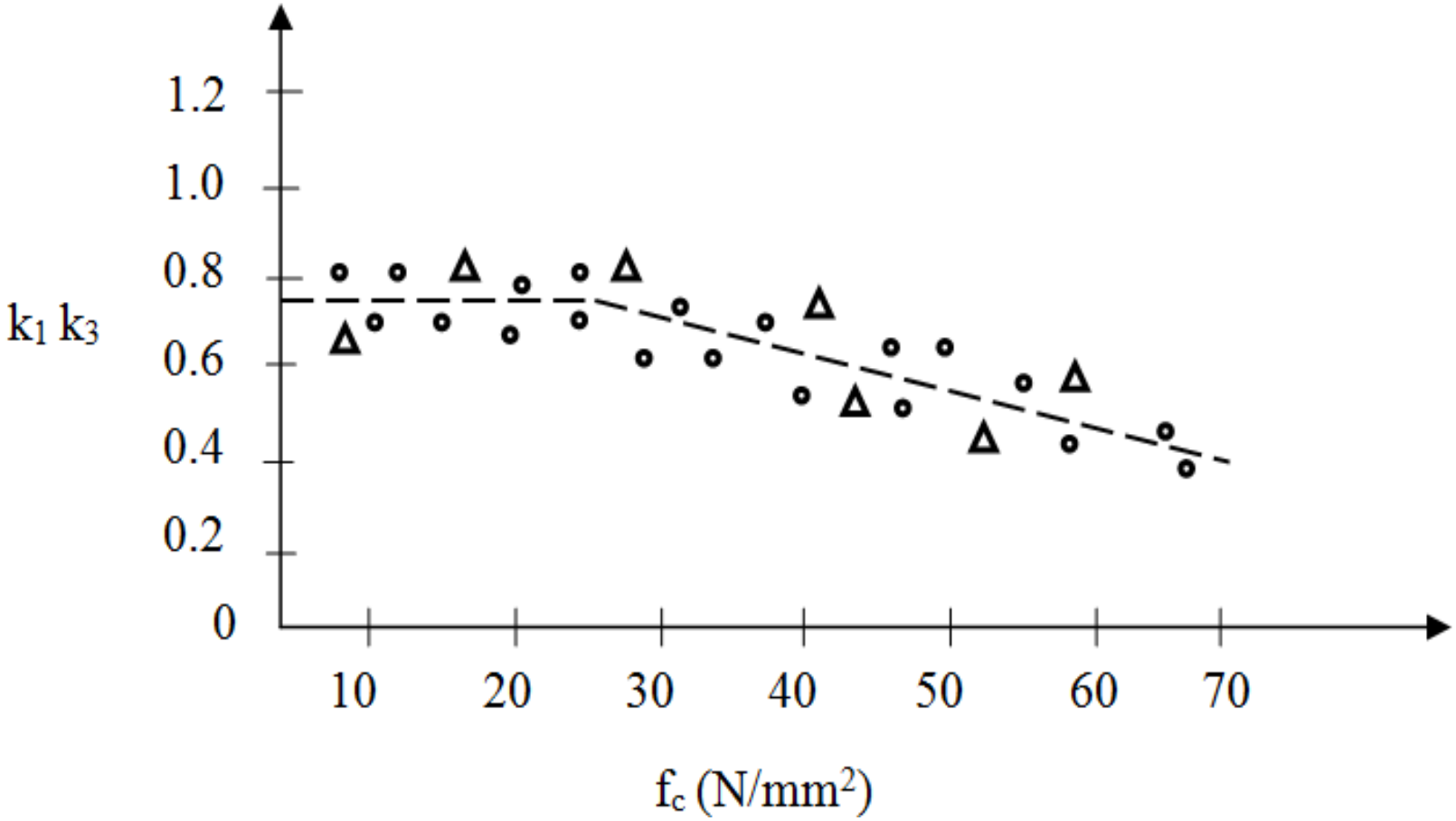
$k_2=1/2\,(\frac{a}{c})$

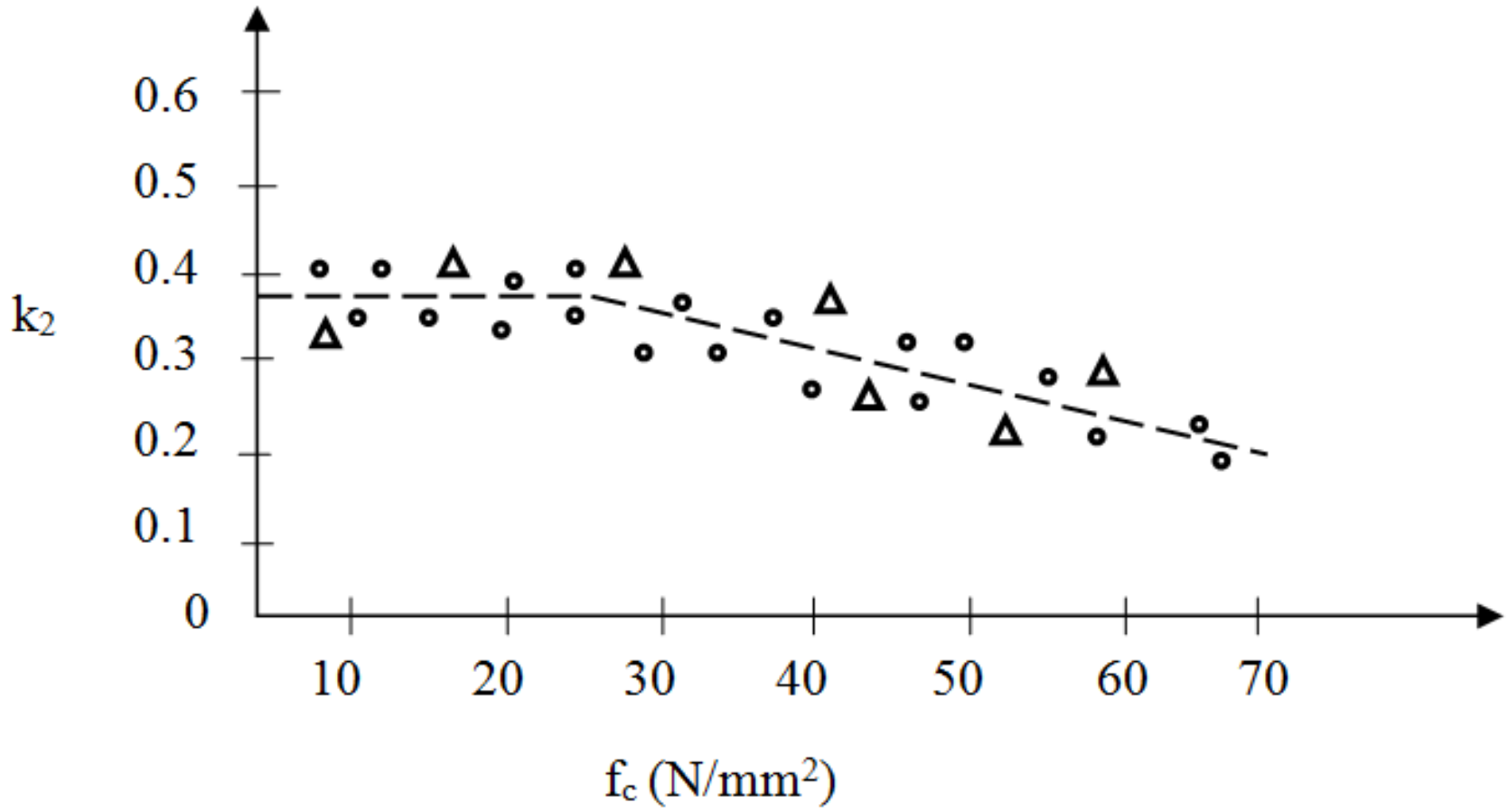
k_1: Ortalama basınç gerilmesi ve max. gerilme arasındaki oran.

k_2: Beton basınç bileşkesi derinliğinin tarafsız eksen derinliğine oranı.

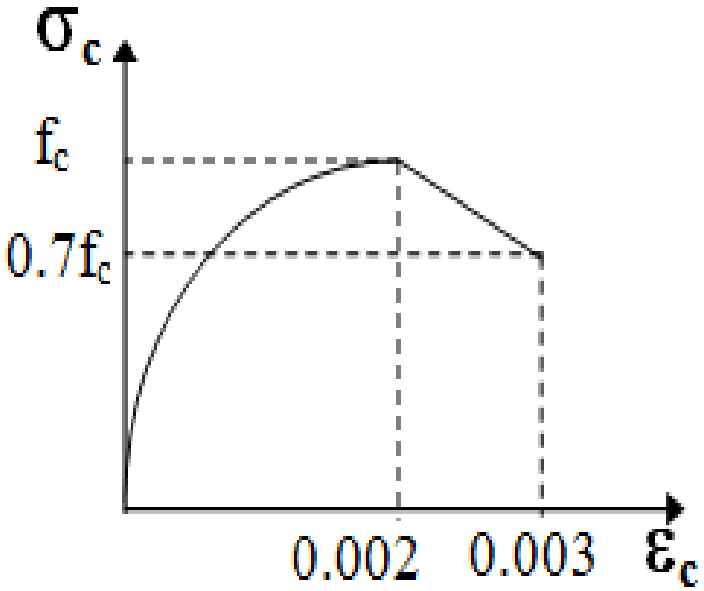
k_3: Max. beton basınç gerilmesi ile betonun silindir mukavemeti arasındaki oran.

Gerilme dayanımının alanı ve ağırlık merkezinin belirlenmesi ile ilgili en güvenilir deneyler, Hognestad ve Rüsch tarafından yapılmış olup deney sonuçları aşağıda görülmektedir.

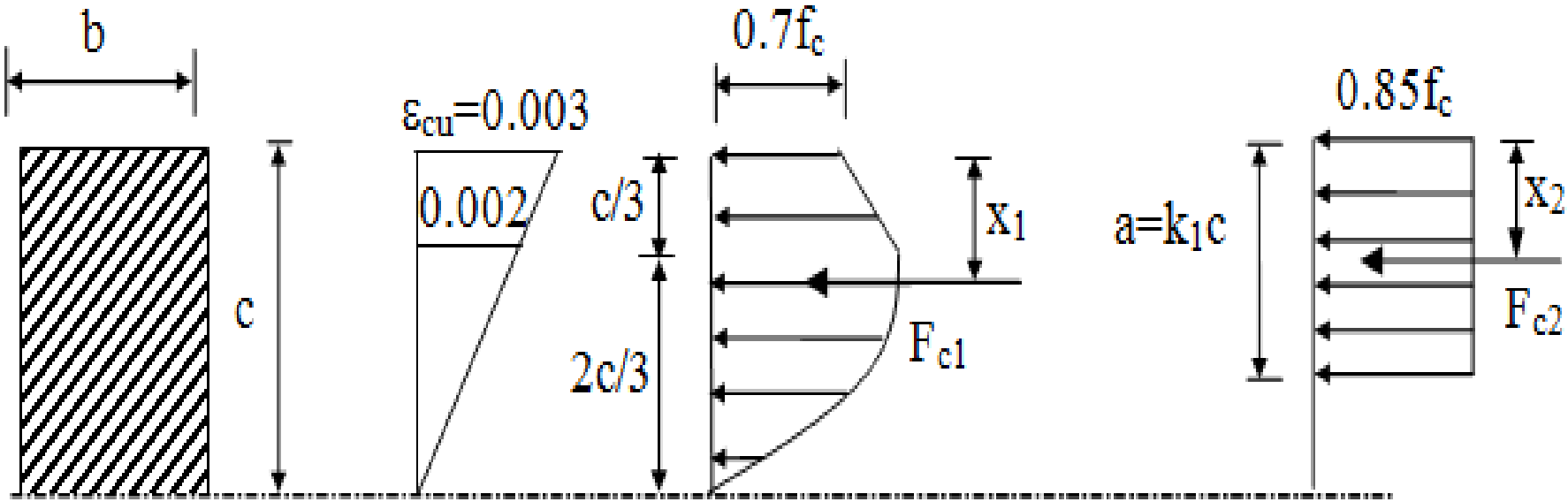

1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
$k_1 k_3$
10
20
30
40
50
60
70
f_c (N/mm^2)


0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
k2
10
20
30
40
50
60
70
fc (N/mm2)

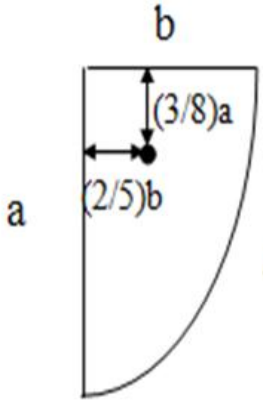
Şekilde gösterilen gerilme dağılımının alanı k_1 k_3 ve ağırlık merkezi de k_2 parametreleri ile tanımlanabilmektedir. k_1 k_3 ve k_2 beton dayanımına göre değişmektedir. Seçilen gerilme dağılımı deneysel olarak saptanmış olan k_1 k_3 ve k_2 değerlerini sağladığı takdirde, dağılımın geometrisinin hiçbir önemi yoktur.



Dikdörtgen dağılım için temel alınan model

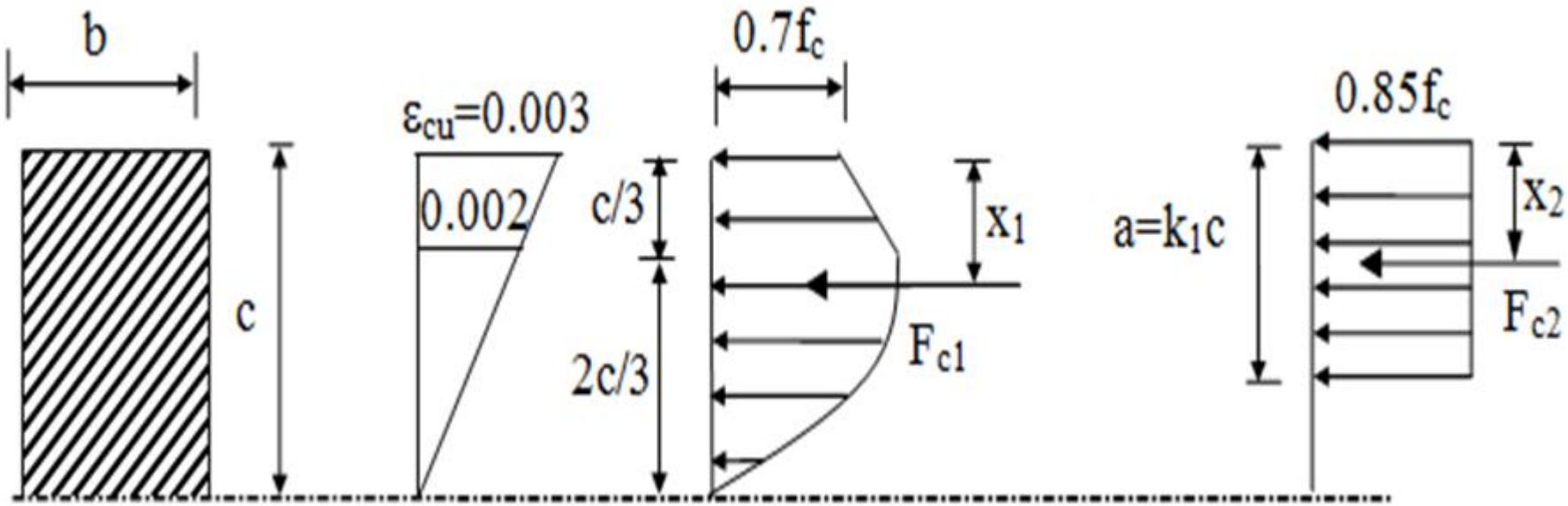


$$F_{c1} = \frac{2}{3}\frac{2}{3}(c)f_c + \frac{1}{2}(\frac{1}{3}c)0.3f_c + (\frac{1}{3}c)0.7f_c = 0.727f_c(c)$$



$$A = \frac{2}{3}ab$$

$$x = \frac{[0.444(\frac{3}{8}\frac{2}{3} + \frac{1}{3}) + 0.05(\frac{2}{3}\frac{1}{3}) + 0.233(\frac{1}{2}\frac{1}{3})]f_c(c^2)}{0.727f_c(c)} = 0.423(c)$$

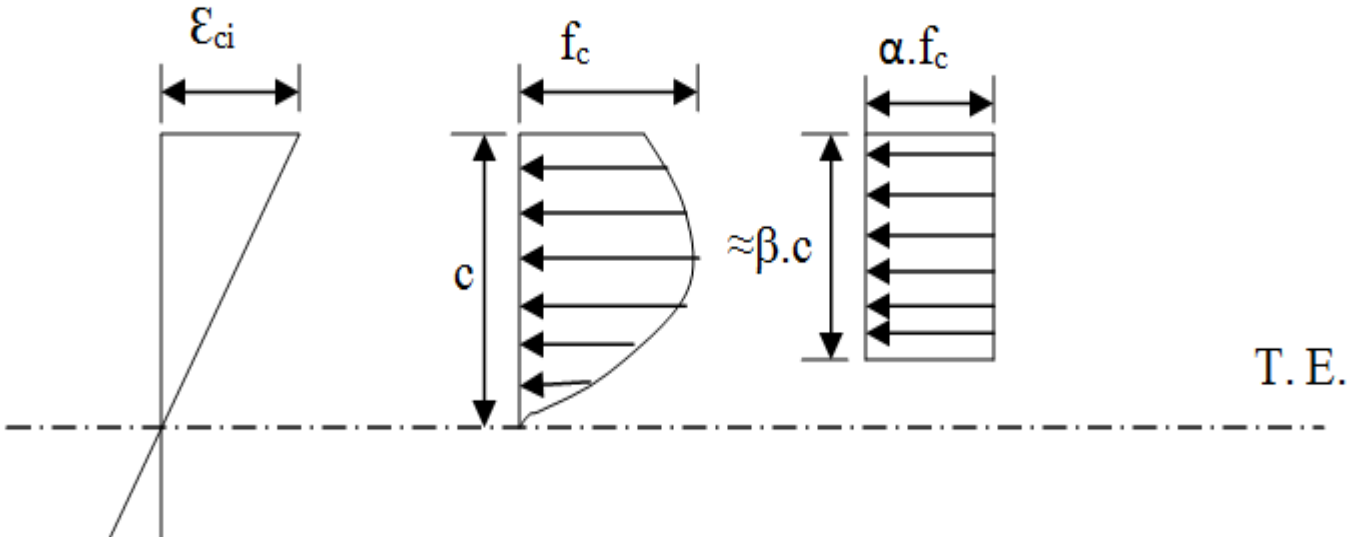


Eşdeğer dikdörtgen kullanarak;

$$F_{c2}=0.85\,f_c(0.85c)=0.720f_c(c)$$

$$x=\frac{0.85c}{2}=0.425(c)$$

EŞDEĞER DİKDÖRTGEN DAĞILIMININ ÖZELLİKLERİ

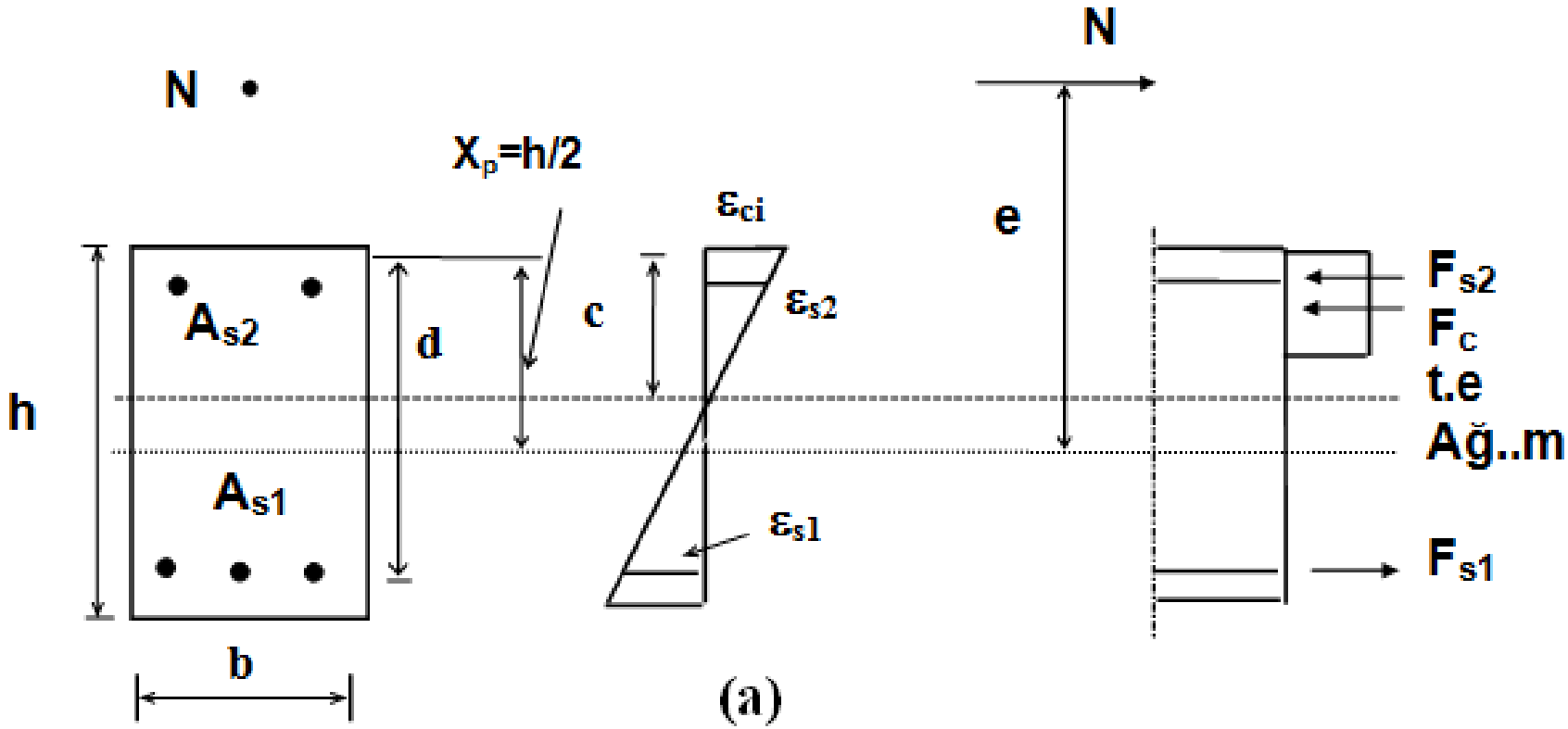


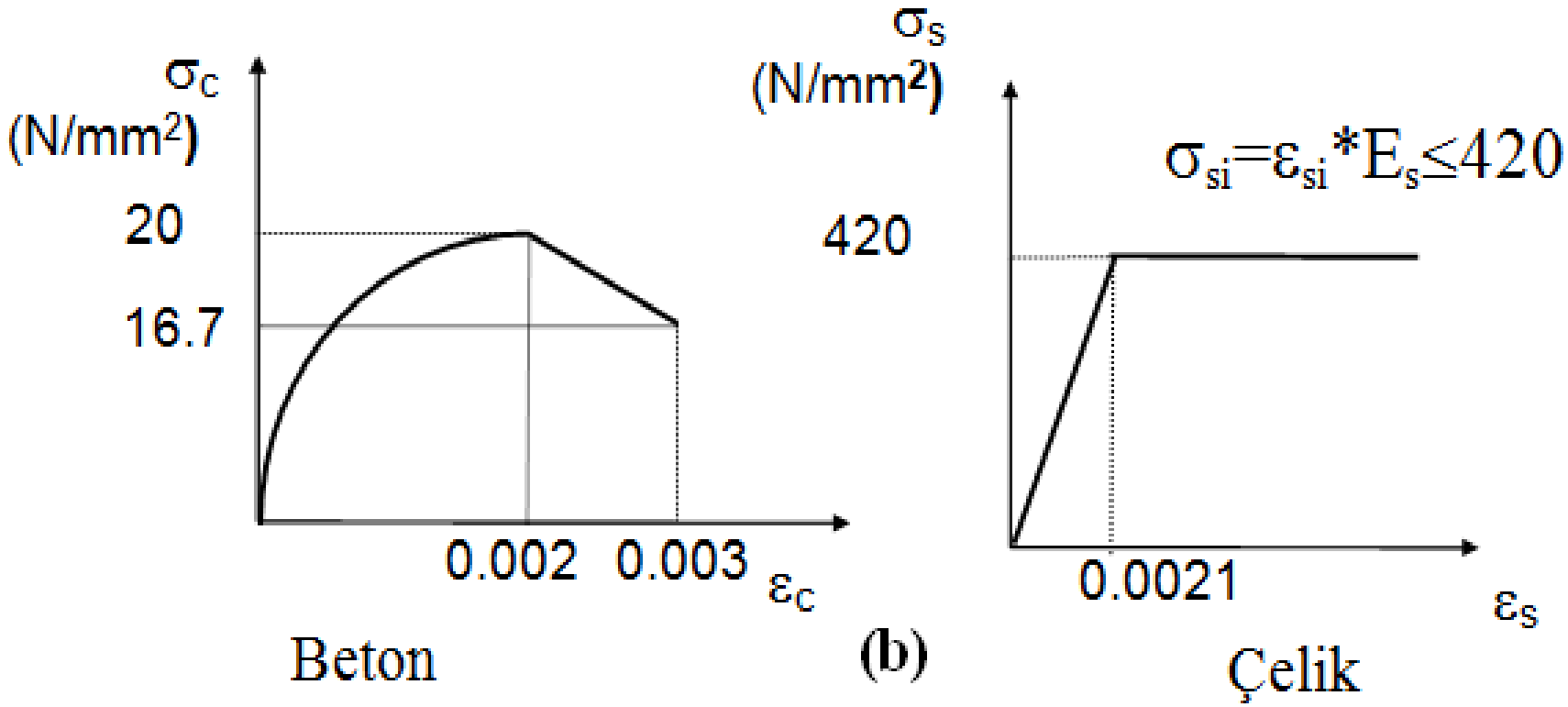
ε_{ci}	0.00025	0.0005	0.0010	0.0015	0.0020	0.0025	0.0030	0.0035	0.0040
β	0.674	0.682	0.700	0.722	0.750	0.781	0.820	0.845	0.874
α	0.178	0.336	0.595	0.779	0.889	0.931	0.930	0.920	0.910
$\alpha.\beta$	0.119	0.229	0.417	0.562	0.667	0.727	0.763	0.777	0.795

ÖRNEK

Kesit ve malzeme özellikleri aşağıdaki şekillerde gösterilen kesitin, moment-eğrilik ilişkisi N=0 ve N=1000 kN için belirlenecektir.

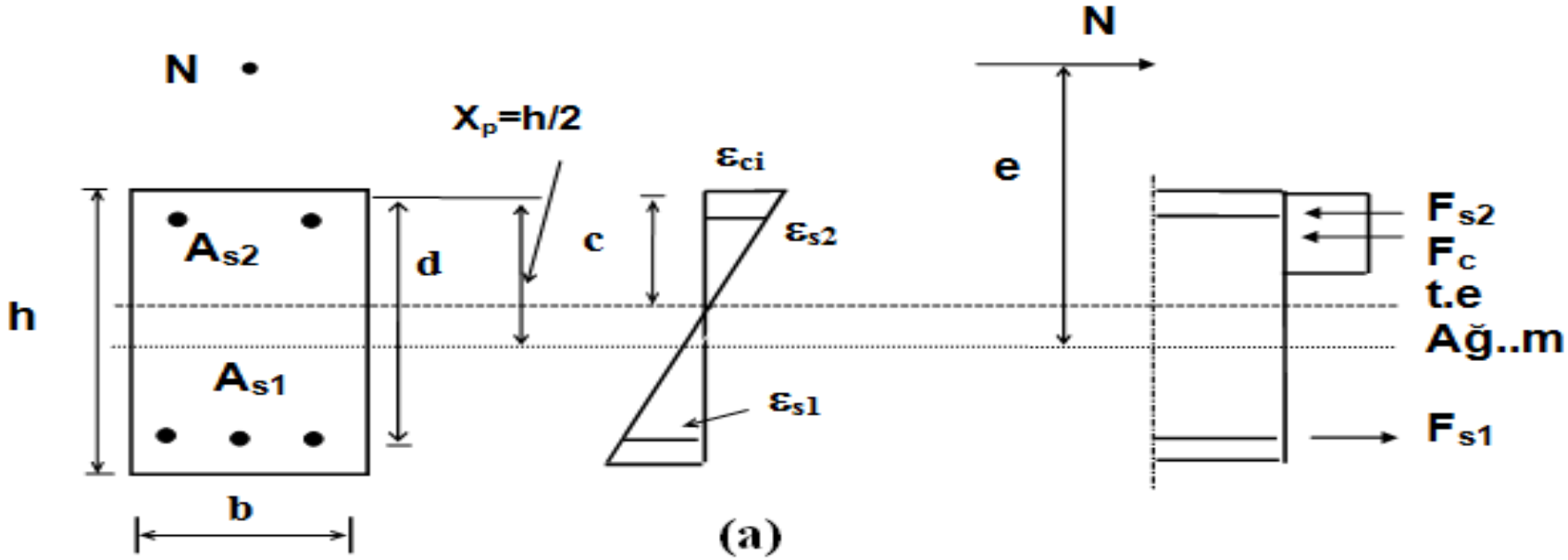
h=500 mm, d=460 mm, A_{s1}=1000 mm^2, A_{s2}=400 mm^2 d'=40 mm





Çözüm:

Moment eğrilik ilişkisini gösteren eğri, yeterli sayıda noktanın bulunması ve bunların birleştirilmesinden elde edilir. Noktaların koordinatları M_i ve K_i ile belirlenir.



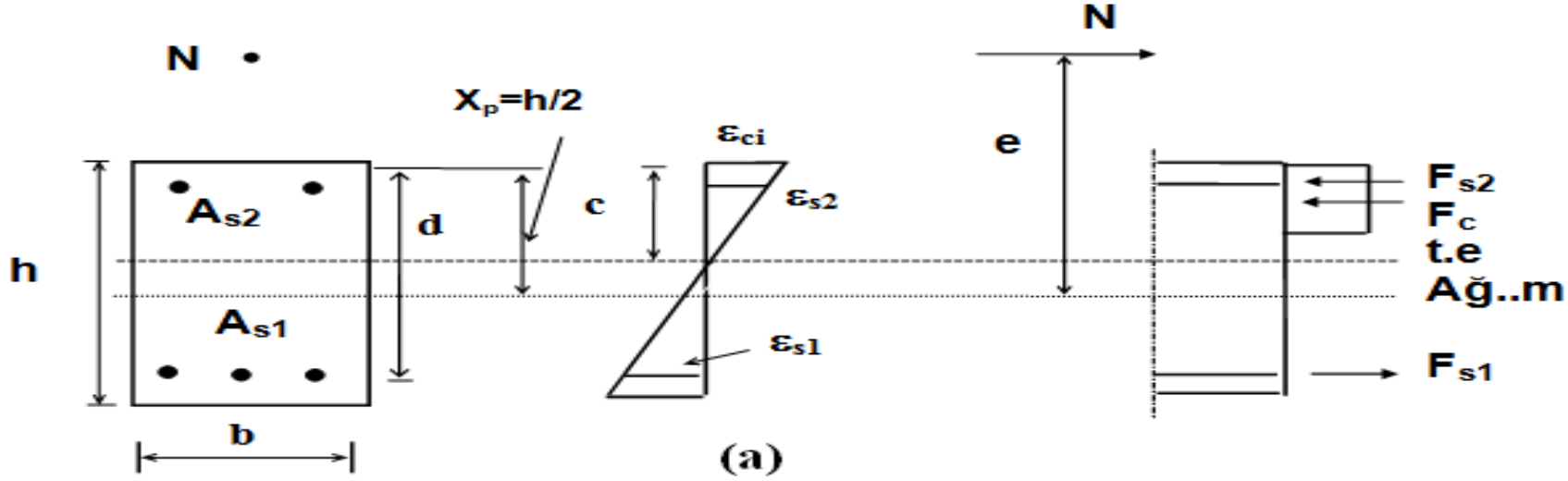
N=0 için;

ε_{ci}= 0.001 seçilir. Buna karşılık β=0.70, α=0.595 olarak çizelgeden okunur.

c=200 mm kabul edilir.

$$\varepsilon_{s1}=\frac{460-200}{200}*0.001=-1.3*10^{-3}<\varepsilon_{sy}$$

$$\varepsilon_{s2}=\frac{200-40}{200}*0.001=8*10^{-4}<\varepsilon_{sy}$$ bulunur.



$\sigma_{si}=\varepsilon_{si} E_s$, $\sigma_{s1}=-1.3*10^{-3}*2*10^5=-260$ N/mm^2 , $\sigma_{s2}=160$ N/mm^2

(Eğer $\varepsilon_{si}\geq\varepsilon_{sy}$ olsaydı, $\sigma_{si}=420$ N/mm^2 alınacaktı).

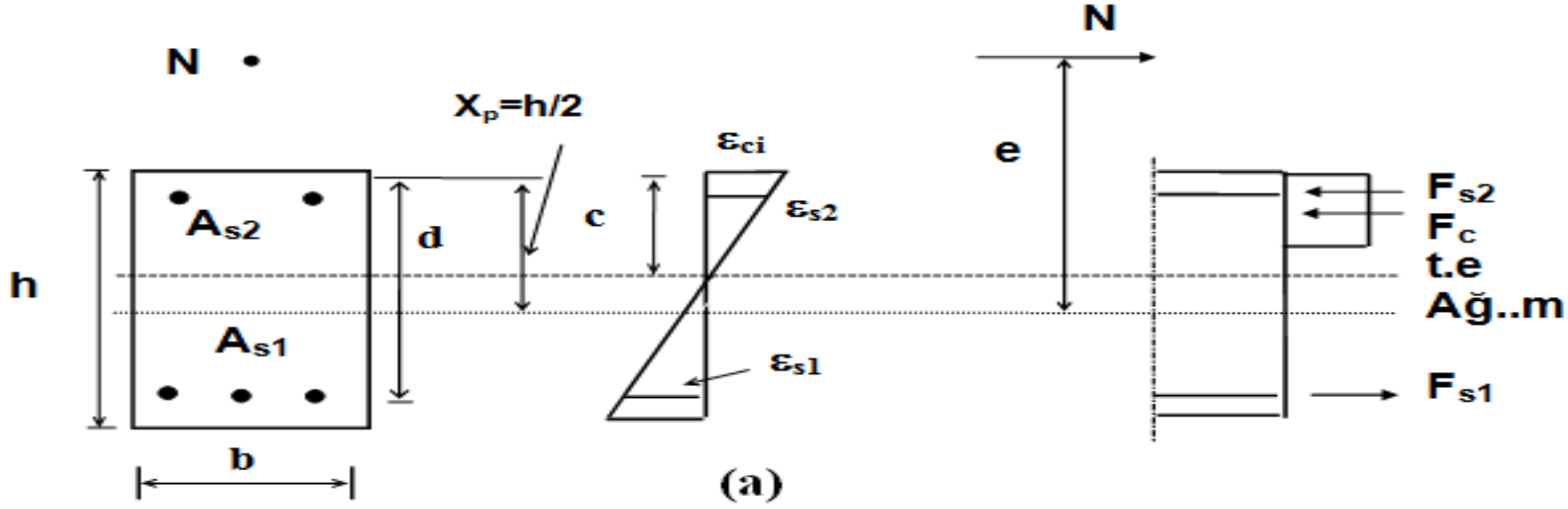
$F_{si}=A_{si}\,\sigma_{si}$, $F_{s1}=1000*260/1000=-260$ kN, $F_{s2}=64$ kN.

$F_c=\alpha\,\beta\,f_c\,(c)\,b=0.595*0.70*20*200*250/1000=416.5$ kN

$\Sigma F=416.5+64-260=220.5\neq 0$

İlk denge denklemi sağlanmadığından, c için yeni bir kabul yapılmalıdır.

Sonuç (+) çıktığından, c<200 mm olmalıdır.

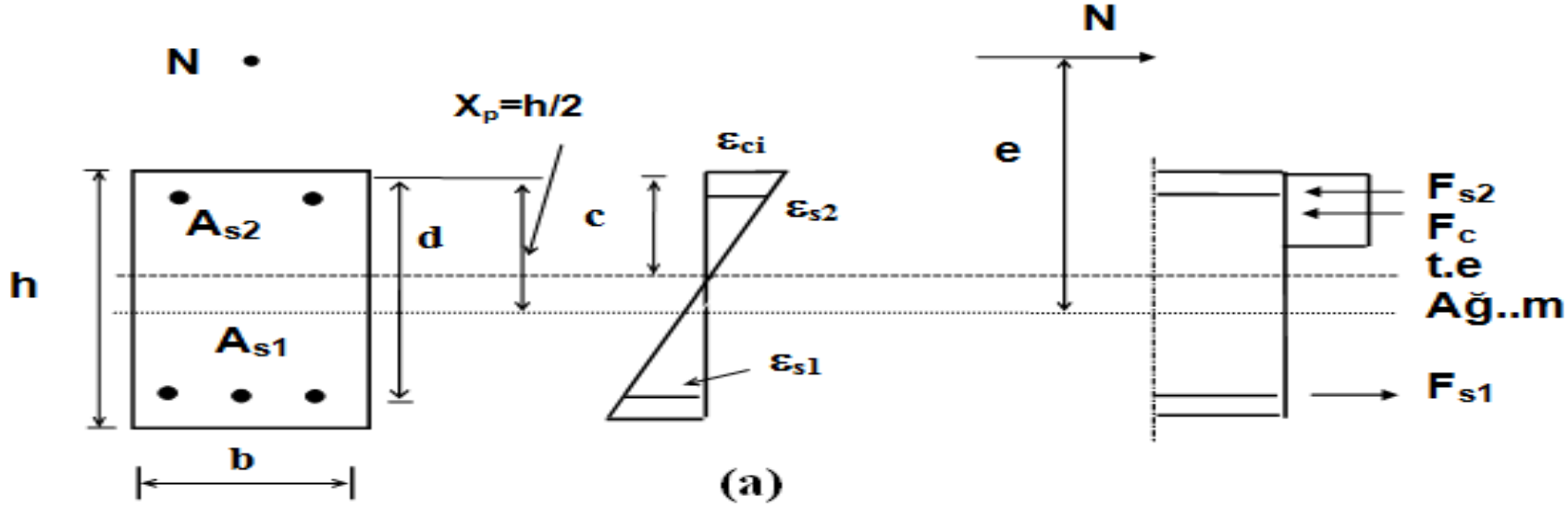


c=160 mm kabul edilir.

ε_{s1}=-1.875*10^{-3} <ε_{sy} ε_{s2}=7.5*10^{-4}<ε_{sy}

σ_{s1}=395 N/mm^2, σ_{s2} =150 N/mm^2 , F_{s1}= -395 kN F_{s2}=60 kN

$F_c = \frac{160}{200}$ *416.5=333 kN ΣF=2 yaklaşık olarak sıfır kabul edilebilir.



Ağırlık merkezi etrafında iç kuvvetlerin momenti alınarak, M_i bulunur.

$$M_1=[395*210+60*210+333(250-\frac{\beta*160}{2})]*10^{-3} \text{ buradan}$$

M_1=160.15 kNm bulunur.

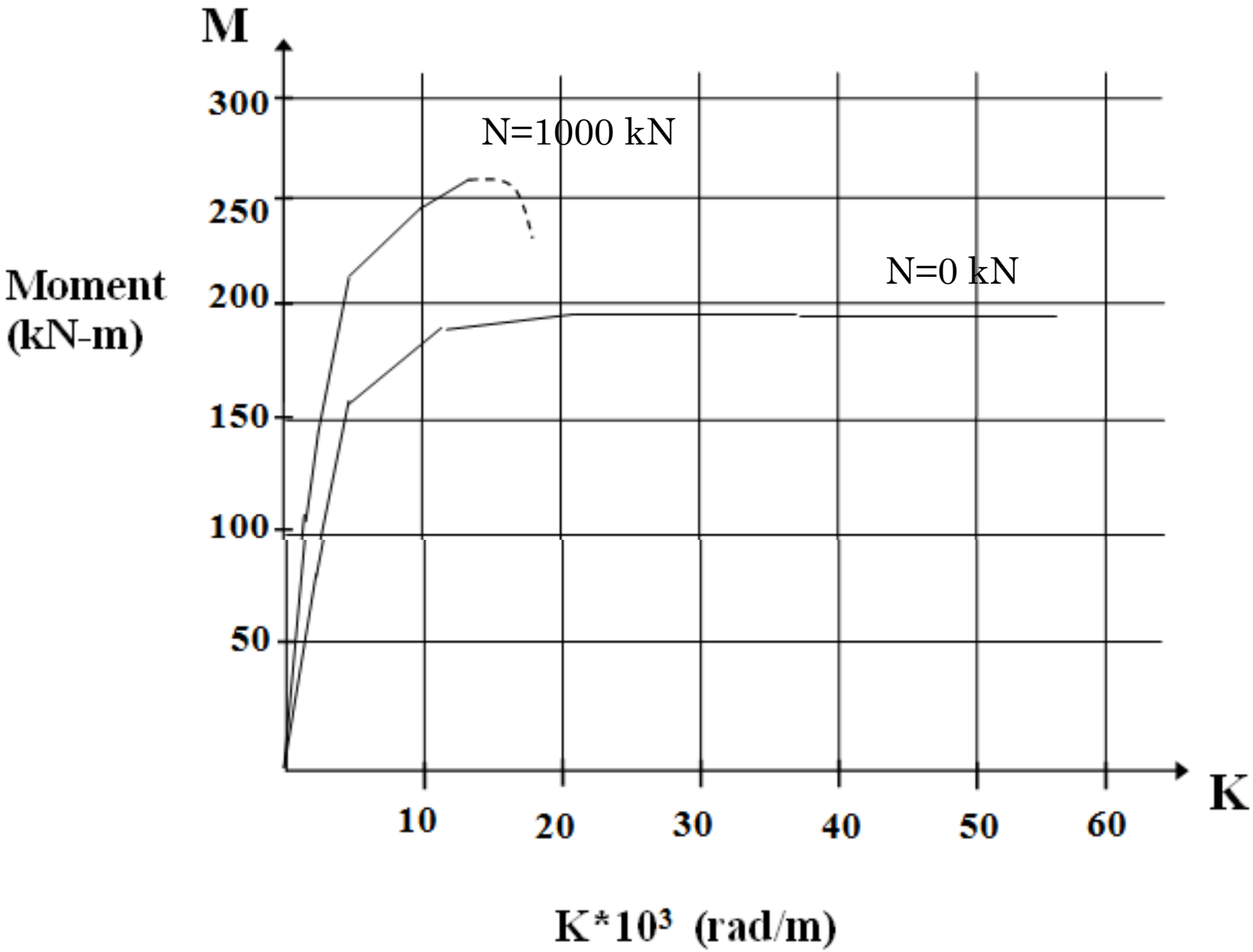
Moment hesaplanırken saat yönünde olanlar (-) alınmalıdır.

$K_1=\varepsilon_{ci}/c = 0.001/0.16 = 6.25*10^{-3}$ rad/m

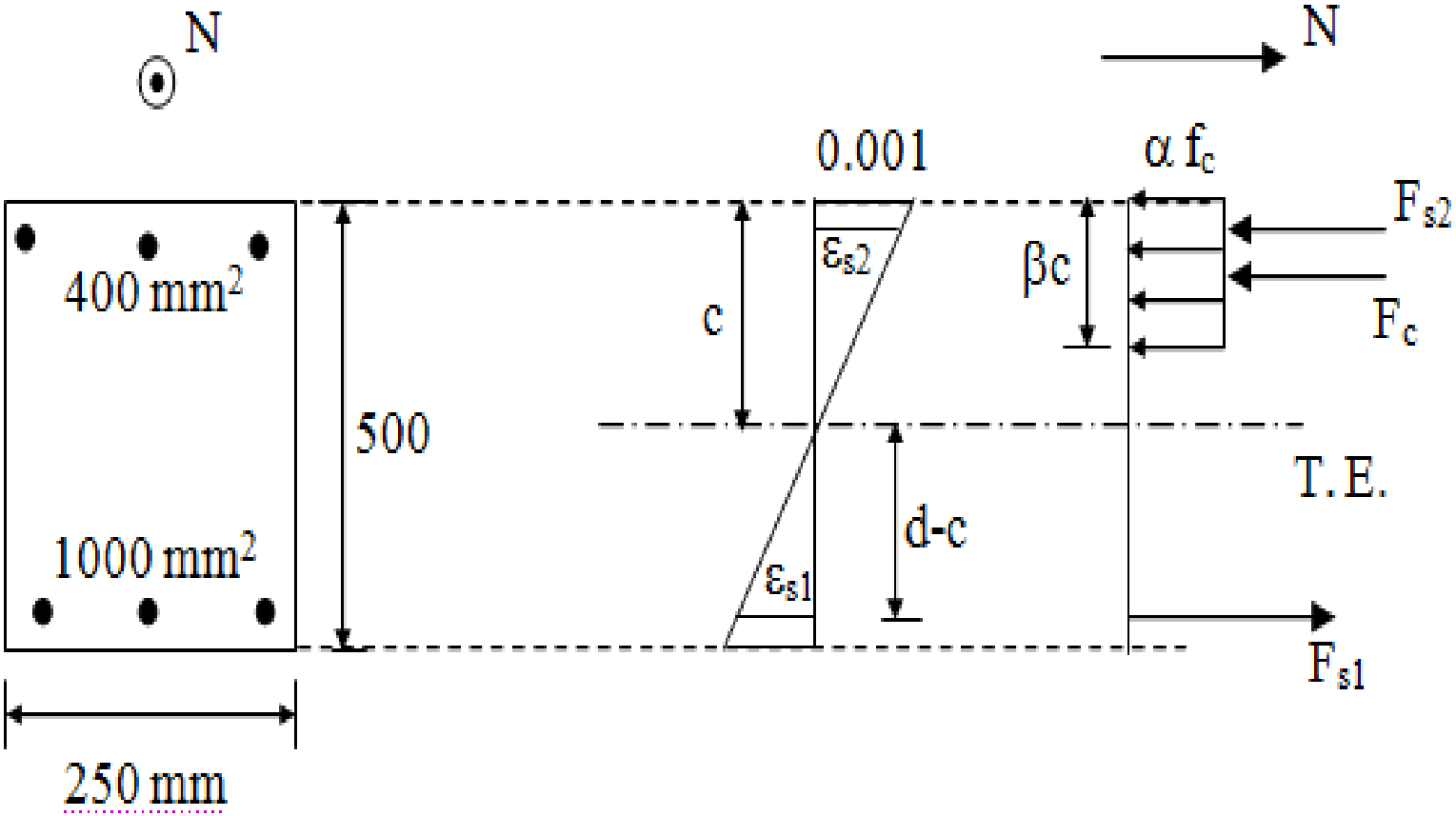
İlk nokta, $K_1=6.25*10^{-3}$ rad/m ve M_1=160.15 kNm dir.

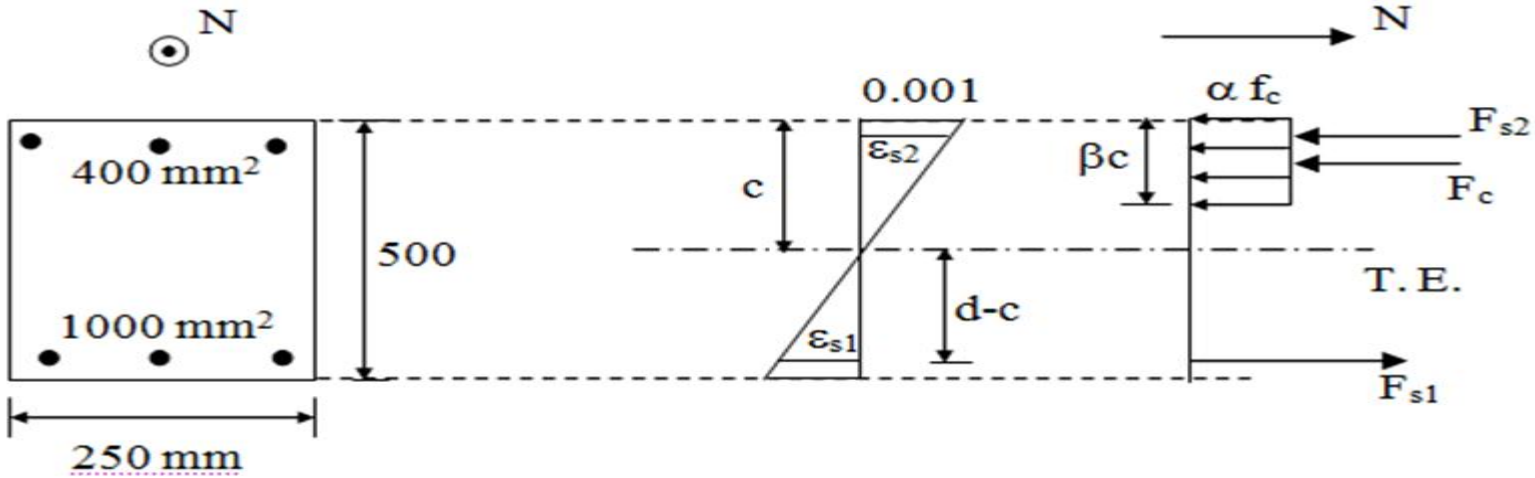
Bu şekilde hesaplanan noktalardan yararlanılarak elde edilen iki M-K eğrisi aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

ε_c*10^3	c (mm)	N (kN)	M (kNm)	$K*10^3$ (rad/m)	N (kN)	M (kNm)	$K*10^3$ (rad/m)
0.5	152	0	83.2	3.3	1000	-	-
1.0	160	0	165	6.2	1000	102.3	2.2
1.5	120	0	174.8	12.5	1000	146.3	3.8
2.0	97	0	177.6	20.6	1000	206.6	6.3
3.0	79	0	178.6	38.0	1000	248.0	10.0
4.0	71	0	179.3	56.3	1000	258.0	13.0


M
300
250
200
150
100
50
Moment
(kN-m)
N=1000 kN
N=0 kN
10
20
30
40
50
60
K
K*10³ (rad/m)

N=1000 kN için kapalı çözüm:





$$N=F_c+F_{s2}-F_{s1}$$

$$\varepsilon_{s1}=\left(\frac{d-c}{c}\right)*0.001\,,$$

$$\sigma_{s1}=\left(\frac{d-c}{c}\right)*0.001*2*10^5$$

$$\varepsilon_{s2}=\left(\frac{c-d'}{c}\right)*0.001\,,$$

$$\sigma_{s2}=\left(\frac{c-d'}{c}\right)*0.001*2*10^5$$

$$N=\alpha\beta f_c(c)b+400*200\left(\frac{c-d'}{c}\right)-1000*200\left(\frac{d-c}{c}\right)$$

$$1000*10^3=0.595*0.7\,(c)*20*250+400*200\left(\frac{c-40}{c}\right)-1000*200\left(\frac{460-c}{c}\right)$$

$$10^6=2082.5c+8*10^4-\frac{3.2*10^6}{c}-\frac{92*10^6}{c}+2*10^5$$

$$c^2-345.738c-45714.28=0$$

$$c=447.8\ \text{mm},\quad \sigma_{s1}=5.449\ \text{N/mm}^2,\ \sigma_{s2}=182.134\ \text{N/mm}^2$$

$$F_c==\alpha\beta f_c(c)b=932.54\ \text{kN}$$

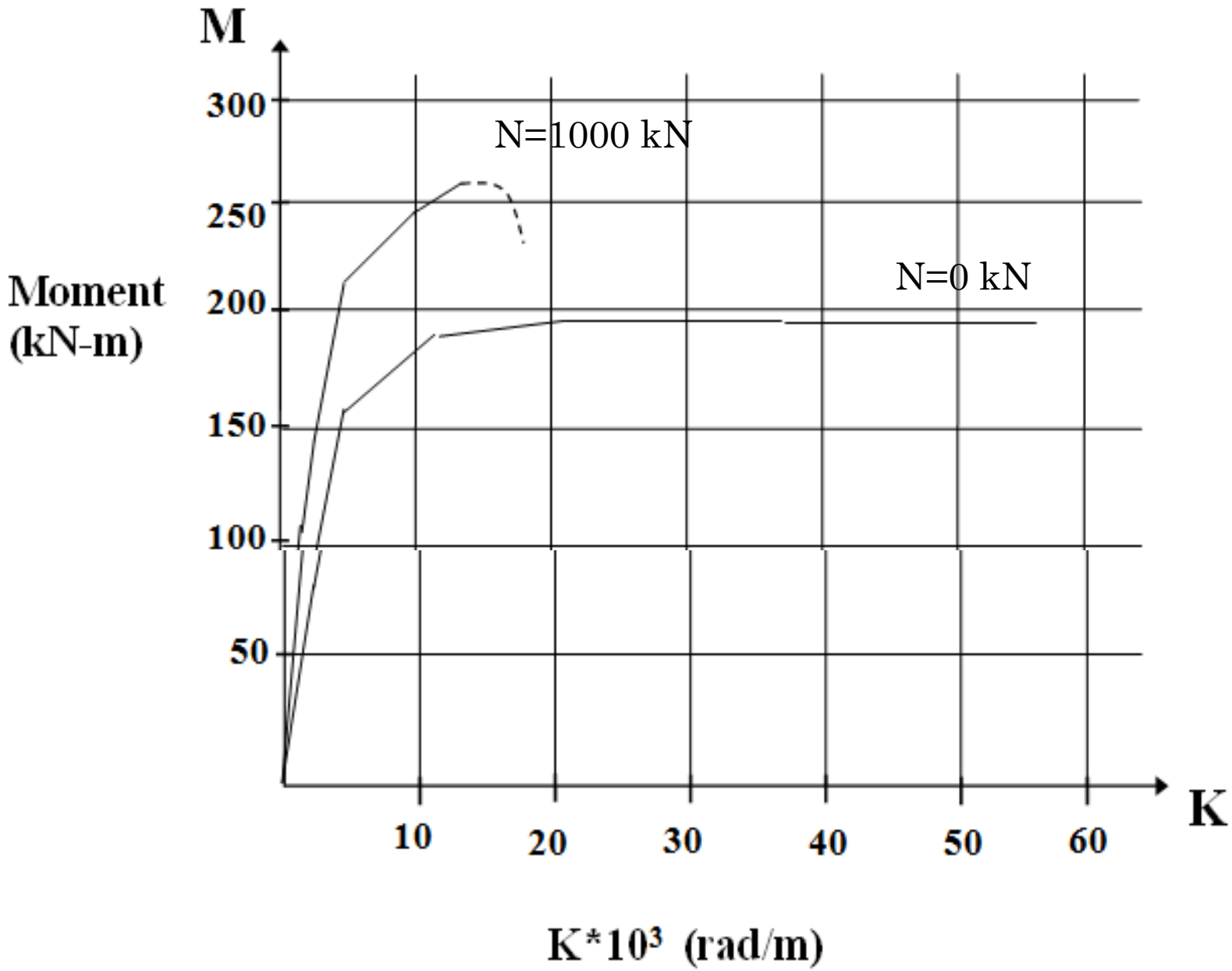
$$F_{s1}=A_{s1}\sigma_{s1}=5.449\ \text{kN}$$

$$F_{s2}=A_{s2}\sigma_{s2}=72.85\ \text{kN}$$

$$M=[932.54(250-\frac{0.7*447.8}{2})+72.85*210+5.449*210]*10^{-3}$$

$$M=103.42\ \text{kNm}$$

$$K=\frac{\varepsilon_{ci}}{c}=\frac{0.001}{0.448}=2.23*10^{-3}\ \text{rad/m}$$


M
300
250
200
150
100
50
Moment
(kN-m)
N=1000 kN
N=0 kN
10
20
30
40
50
60
K
K*10³ (rad/m)